



ВЛИЯНИЕ БЕСПОРЯДКА НА ЛОКАЛИЗАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ЩЕЛЕВЫХ ГРАФЕНОВЫХ СВЕРХРЕШЕТОК

Е.С. Азарова, Г.М. Максимова

*кафедра теоретической физики
ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

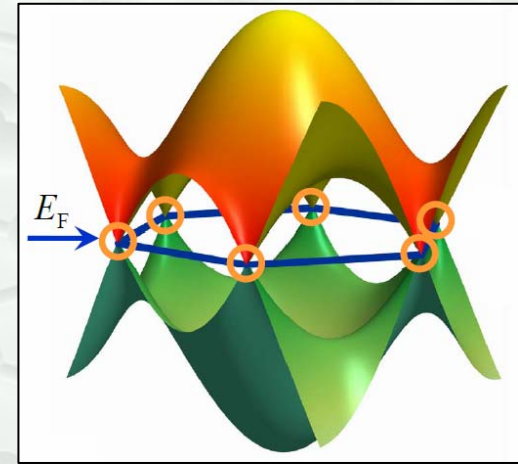
*XIV Школа-конференция молодых ученых
«Проблемы физики твердого тела и высоких давлений», 2015*

Графен

$$\mu \approx 2 \cdot 10^5 \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}} \quad - \text{подвижность носителей}$$

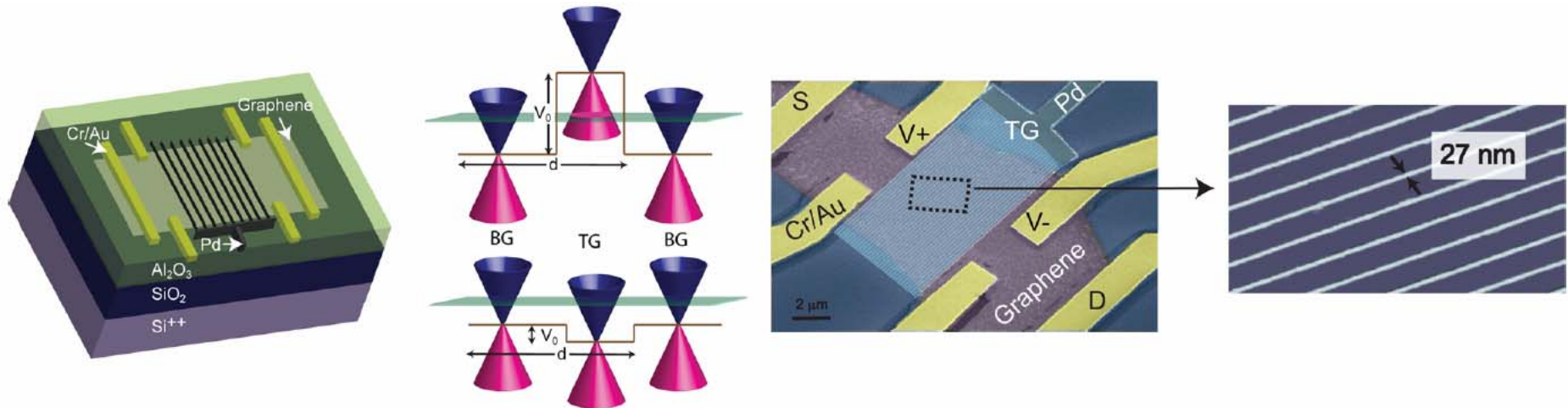
$$E = \pm v_F |\vec{p}|, \quad v_F \approx 10^8 \text{ см/с}$$

$$\hat{H} \psi(x, y) = E \psi(x, y), \quad \hat{H} = v_F (\sigma_x \hat{p}_x + \sigma_y \hat{p}_y)$$



Сверхрешетка на основе графена

S. Dubey et.al., Nano Lett. **13**, 3990 (2013) - эксперимент



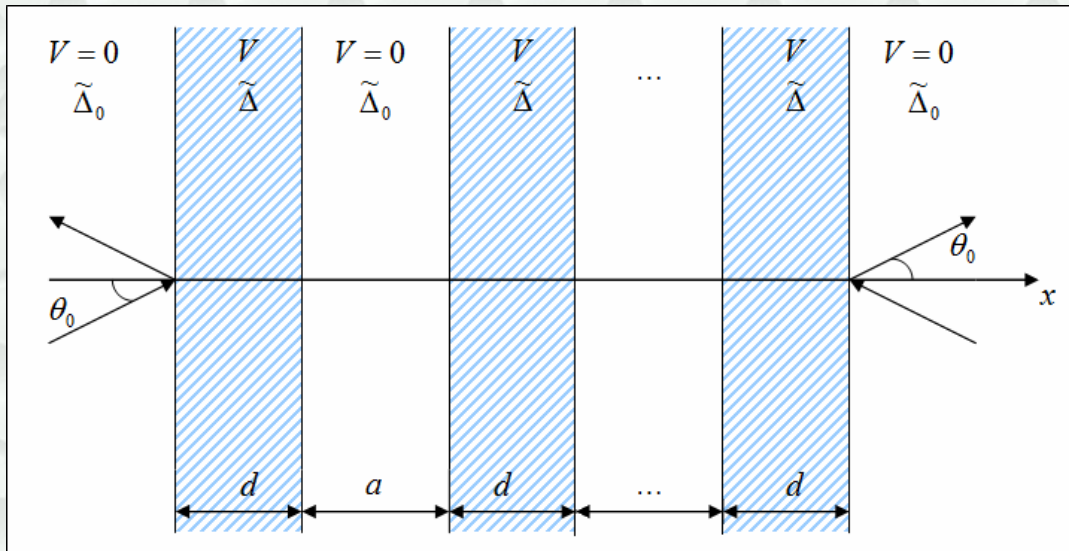
CP: модулированная энергетическая щель + внешний эл./ст. потенциал (теория):

G.M.Maksimova, E.S.Azarova, A.V.Telezhnikov, V.A.Burdov, Phys. Rev. B **86**, 205422 (2012).

E.S.Azarova, G.M.Maksimova, Physica E **61**, 118 (2014).

E.S.Azarova, G.M.Maksimova, Physica E **74**, 1 (2015).

Модель



$$\hat{H} = v_F (\sigma_x \hat{p}_x + \sigma_y \hat{p}_y) + V(x) \sigma_0 + \tilde{\Delta}(x) \sigma_z$$

$$V(x), \tilde{\Delta}(x) = \begin{cases} V, \tilde{\Delta} & \text{for } 0 < x < d, \\ 0, \tilde{\Delta}_0 & \text{for } d < x < l \end{cases}$$

$$l = a + d$$

$$\tilde{\Delta}_0 = \tilde{\Delta} - OCP$$

$$\tilde{\Delta}_0 = 0, \tilde{\Delta} \neq 0 - HCP$$

Безразмерные параметры: $\frac{El}{\hbar v_F} \rightarrow \varepsilon$, $\frac{Vl}{\hbar v_F} \rightarrow \nu$, $\frac{\tilde{\Delta}l}{\hbar v_F} \rightarrow \Delta$, $a/l \rightarrow a$, $d/l \rightarrow d$

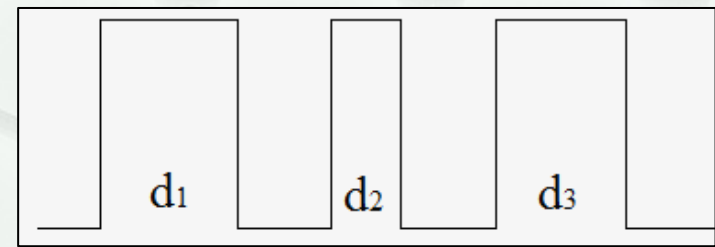
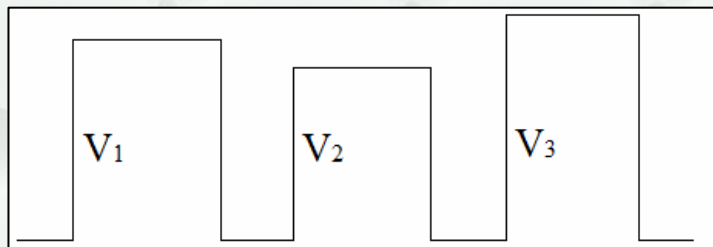
Неупорядоченная мультибарьерная структура

Энергетический беспорядок:

$$v_i = \nu(1 + \rho_i^\nu), \quad \Delta_i = \Delta(1 + \rho_i^\Delta)$$

Позиционный беспорядок:

$$a_i = a(1 + \rho_i^a), \quad d_i = d(1 + \rho_i^d)$$



где $\rho_i^s \in [-\delta; \delta]$ $\sigma_s^2 \ll 1$, $s = \nu, \Delta, a, d$

Длина локализации

$L_{loc} = l / \gamma$ – длина локализации

$\gamma = -\lim_{N \rightarrow \infty} \left\langle \frac{\ln T_N}{2N} \right\rangle$ – показатель Ляпунова (обратная длина локализации)

$T = |t|^2 = |\hat{M}_{22}|^{-2}$ – коэффициент прохождения через систему

$\hat{M} = \prod_i S_i$ – матрица переноса

Разложение трансфер-матрицы:

$S_i = S + \varepsilon_i S' + \frac{\varepsilon_i^2}{2} S'' + O(\varepsilon_i^3)$ (Q. Zhao, J. Gong, Phys. Rev. B **85**, 104201 (2012).)

$$\gamma_s = \frac{s^2 \sigma_s^2}{2} \tan^2 \varphi \left[p'^2 + \left(\frac{\sin m}{\sin \varphi} \right)^2 \frac{\tan^2 \varphi}{\sin^2 \eta} \right]$$

– разрешенные зоны

$$\sigma_s^2 \ll 1$$

$\cos \eta = \cos \alpha \cos \beta + f \sin \alpha \sin \beta$ – дисперсионное уравнение,

$$f = \frac{\varepsilon v - k_x^2}{k_x q_x}, \quad \alpha = k_x a, \quad \beta = q_x d$$

$\gamma_s = \ln \lambda_+$ – запрещенные зоны

Позиционный беспорядок

$$\gamma_{a,d} = (f^2 - 1) \frac{\alpha^2 \sigma_a^2 \sin^2 \beta + \beta^2 \sigma_d^2 \sin^2 \alpha - 2\alpha\beta\sigma_{ad} \sin \alpha \sin \beta \cos \eta}{2 \sin^2 \eta}$$

Флуктуации межбарьерного расстояния : $\sigma_a^2 = \delta^2 / 3$, $\sigma_d^2 = \sigma_{ad} = 0$

НСР:

ОСР:

Параметры :

$$N = 10^3$$

$$\theta_0 = 0$$

$$a = d = 0.5$$

$$\nu = \pi$$

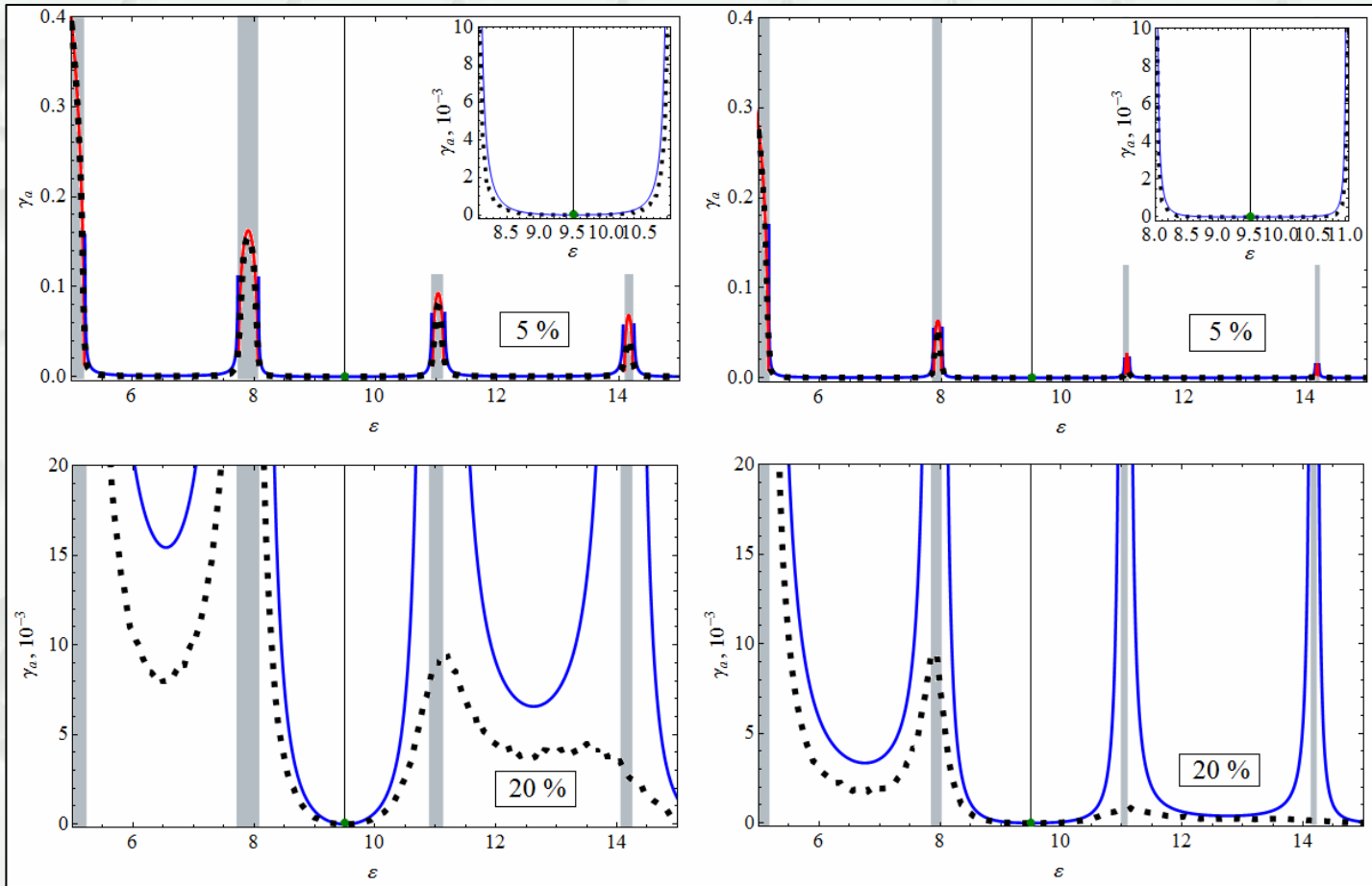
$$\Delta = \pi / 3$$

$$n = 80$$

Делокализационные
резонансы :

$$\gamma_a = 0 \Rightarrow \sin \beta = 0$$

G.A. Luna-Acosta, F.M. Izrailev, N.M. Makarov, U. Kuhl, H.-J. Stöckmann, Phys. Rev. B **80**, 115112 (2009) – эксперимент



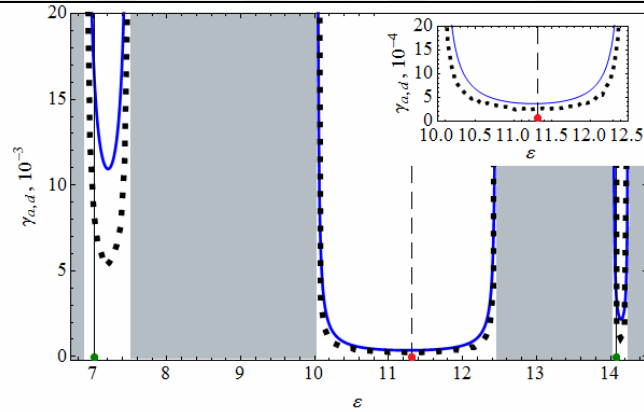
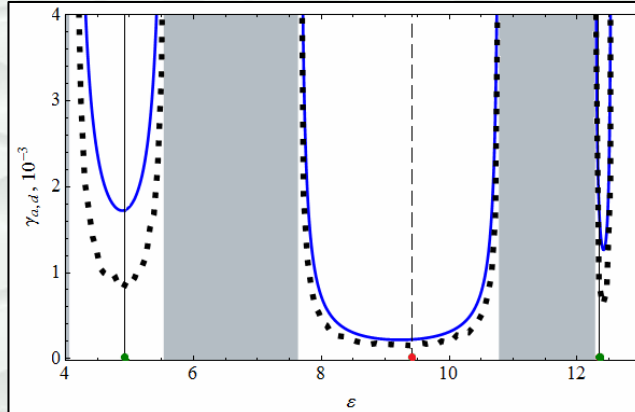
$$T_N = \left[1 + (f^2 - 1) \sin^2 \beta \cdot \frac{\sin^2 N\eta}{\sin^2 \eta} \right]^{-1}, \quad \sin \beta = 0 \Rightarrow T = 1 \text{ – резонансы Фабри – Перо}$$

Флуктуации межбарьерного расстояния и барьерной ширины: $\sigma_a^2 = \sigma_d^2 = \delta^2 / 3$

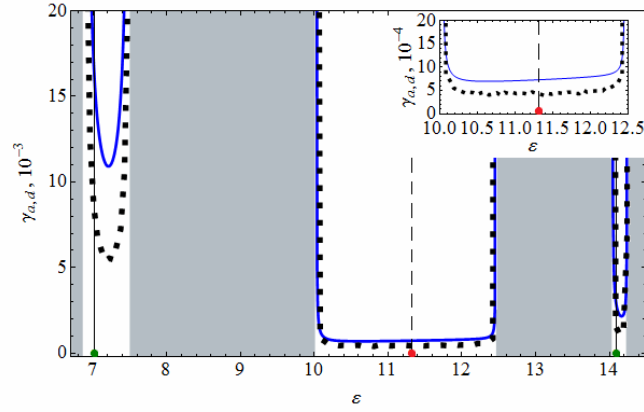
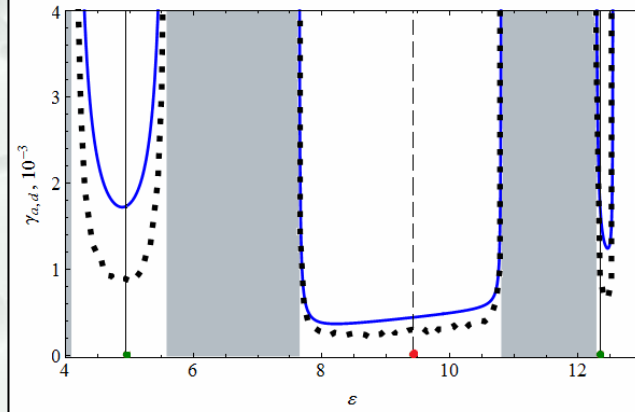
HCP:

OCP:

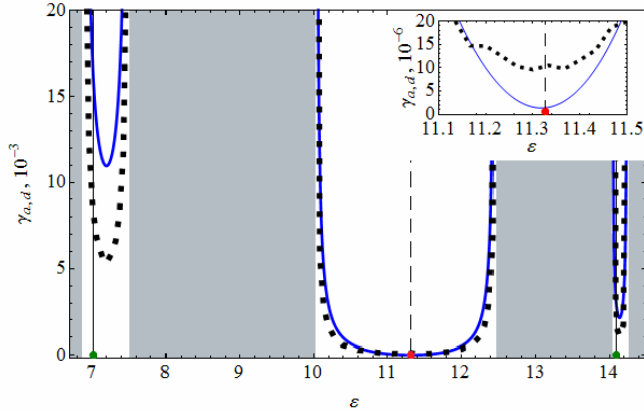
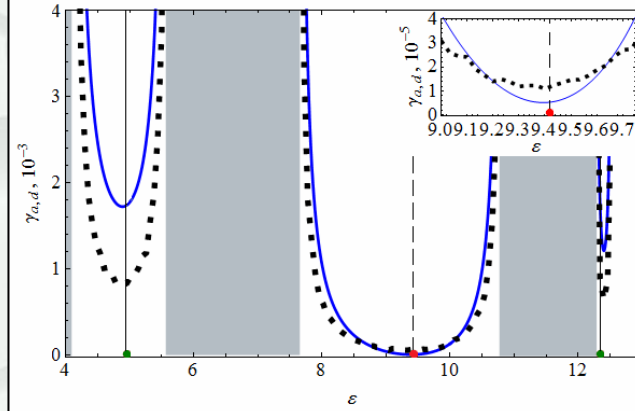
$$\sigma_{ad} = 0$$



$$\sigma_{ad} = \frac{\delta^2}{3}$$



$$\sigma_{ad} = -\frac{\delta^2}{3}$$



Параметры:

$$\delta = 0.5\%$$

$$N = 5 \cdot 10^3$$

$$\cos \theta_0 = 2/3$$

$$a = d = 0.5$$

$$\nu = 8\pi - \text{HCP}$$

$$\nu = (5 + \sqrt{13})\pi$$

$$- \text{OCP}$$

$$\Delta = 2\pi$$

$$n = 100$$

Энергетический беспорядок

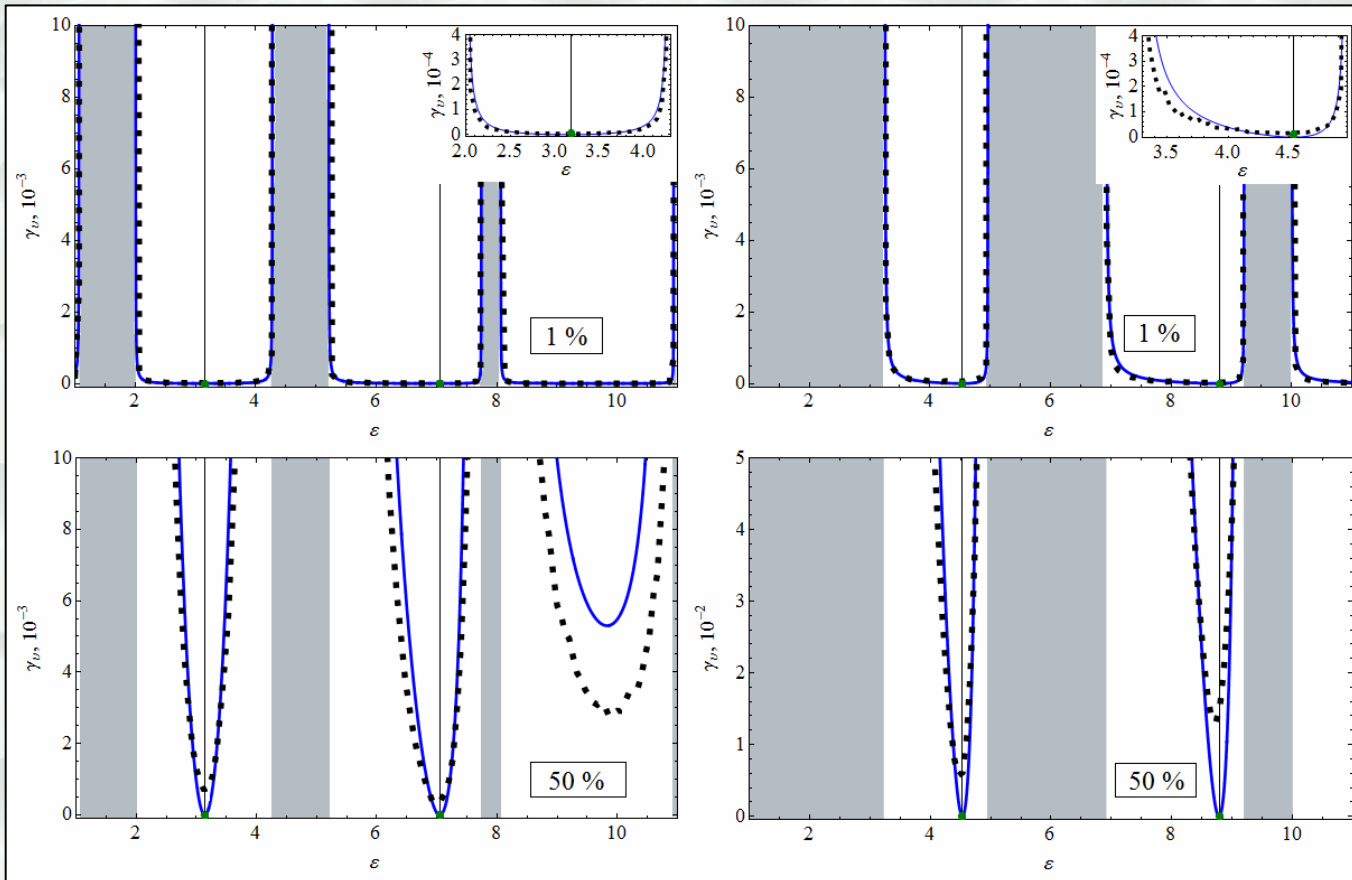
Флуктуации внешнего потенциала: $\sigma_v^2 = \delta^2 / 3$

$$\gamma_v^{MSL} = \frac{\nu^2 \sigma_v^2}{2q_x^2} \left[\frac{k_y^2 \Delta^2 \sin^2 \beta}{S} + \frac{S(F^M \sin \alpha + G^M \cos \alpha)^2}{k_x^2 q_x^2 \sin^2 \eta} \right] - HCP$$

$$\gamma_v^{HSL} = \frac{\nu^2 \sigma_v^2 (k_y^2 + \Delta^2)}{2k_x^2 q_x^2 \sin^2 \eta} (F^H \sin \alpha + G^H \cos \alpha)^2 - OCP$$

HCP:

OCP:



Параметры :

$$N = 5 \cdot 10^3$$

$$\theta_0 = 0 - HCP$$

$$\theta_0 = \pi / 6 - OCP$$

$$a = d = 0.5$$

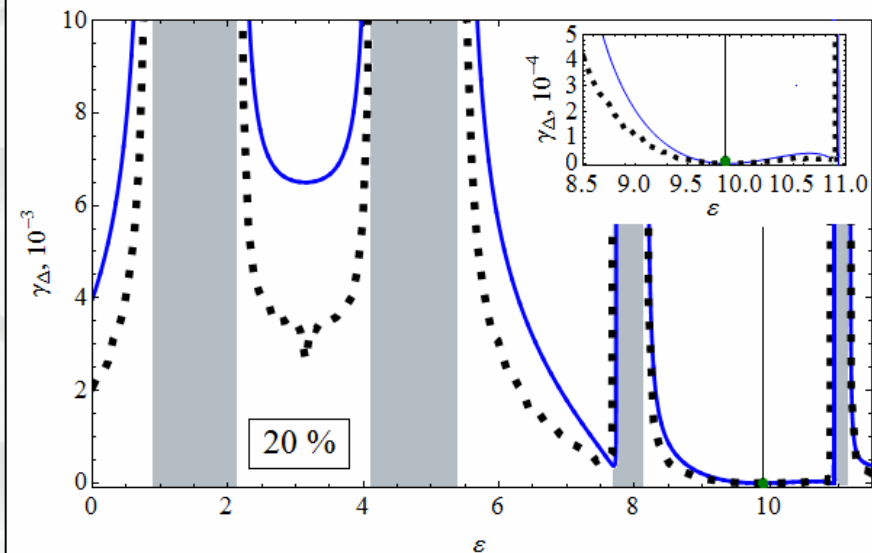
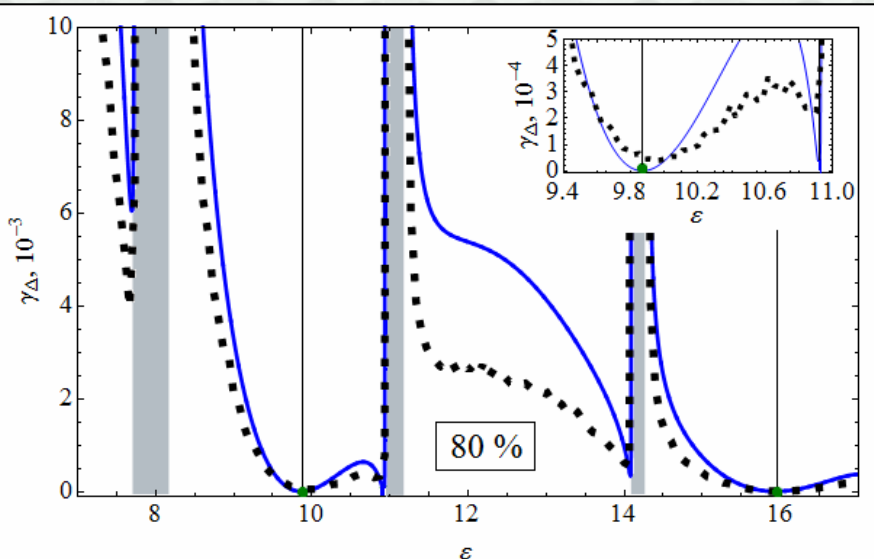
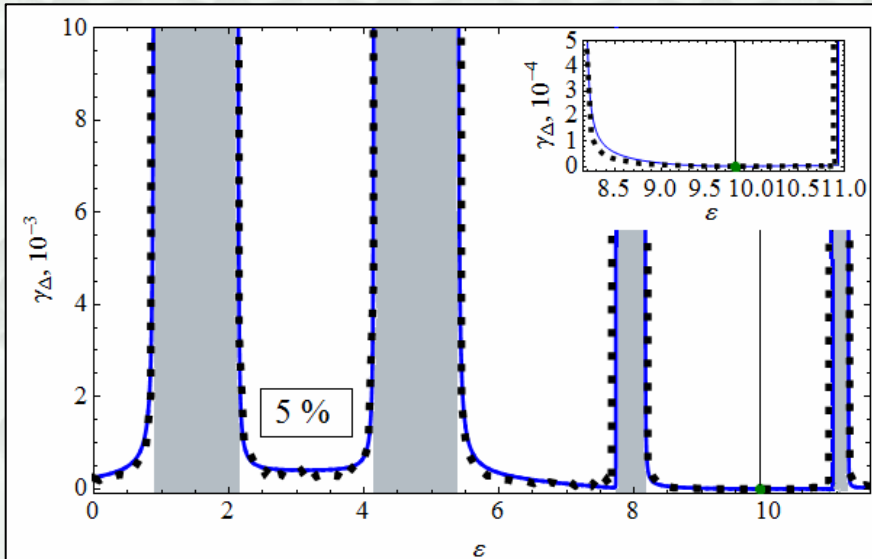
$$\nu = \pi$$

$$\Delta = \pi / 3$$

$$n = 80$$

Флуктуации энергетической щели: $\sigma_{\Delta}^2 = \delta^2 / 3$

$$\gamma_{\Delta}^{MSL} = \frac{\Delta^2 \sigma_{\Delta}^2 \sin^2 \beta}{2q_x^2 S} \left[\frac{\Delta^2 \sin^2 \beta}{k_x^2 q_x^2 \sin^2 \eta} (F_{\Delta} \sin \alpha + G_{\Delta} \cos \alpha)^2 + \nu^2 k_y^2 \right] - HCP$$



HCP

Параметры :

$N = 5 \cdot 10^3$ ($2 \cdot 10^4$ – вставка)

$\theta_0 = 0$

$a = d = 0.5$

$\nu = \pi$, $\Delta = 4\pi / 9$

$n = 100$

Выводы:

1. Получено аналитическое выражение для обратной длины локализации (показателя Ляпунова) для щелевых графеновых сверхрешеток в приближении слабого беспорядка.
2. Делокализационные резонансы, связанные с флуктуациями ширины барьера (межбарьерной области) устойчивы к возрастанию степени беспорядка.
3. Основной эффект корреляций, который заключается в изменении длины локализации, проявляется вблизи двойных резонансов.
4. Делокализационные резонансы, обусловленные энергетическим беспорядком, являются приближенными в отличие от резонансов Фабри-Перо.
5. Для массивных дираковских частиц (однородная сверхрешетка) в случае флуктуаций высоты барьеров резонансные условия могут быть выполнены при произвольных углах падения, в то время как в структурах с неоднородной щелью делокализация возможна только для нормально падающих частиц.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!



ПРИЛОЖЕНИЕ

References:

- [1] C.-H. Park, L. Yang, Y.-W. Son, M.L. Cohen, S.G. Louie, Nat. Phys. 4(2008)213.
- [2] L. Brey, H.A. Fertig, Phys. Rev. Lett. 103(2009)046809.
- [3] M. Barbier, P. Vasilopoulos, F.M. Peeters, Phys. Rev. B 81(2010)075438.
- [4] L. Dell'Anna, A. DeMartino, Phys. Rev. B 79(2009)045420.
- [5] V.Q. Le, C.H. Pham, V.L. Nguyen, J. Phys. Condens. Matter 24(2012)345502.
- [6] D.P. Arovas, L. Brey, H.A. Fertig, E.-A. Kim, K. Zeigler, New J. Phys. 12(2010) 123020.
- [7] M. Esmailpour, et. al, Solid State Commun. 150(2010)655.
- [8] S. Dubey, et.al., Nano Lett. 13(2013)3990.
- [9] Li-Gong Wang, Xi Chen, J. Appl. Phys. 109(2011)033710.
- [10] Y.-W. Son, M.L. Cohen, S.G. Louie, Phys. Rev. Lett. 97(2006)216803.
- [11] M.Y. Han, B. Özyilmaz, Y. Zhang, P. Kim, Phys. Rev. Lett. 98(2007)206805.
- [12] Q. Yan et. al., Nano Lett. 7(2007)1469.
- [13] W. Apel, G. Pal, L. Schweitzer, Phys. Rev. B 83(2011)125431.
- [14] G. Gui, J. Li, J. Zhong, Phys. Rev. B 78(2008)075435.
- [15] V.M. Pereira, A.H. Castro Neto, N.M.R. Peres, Phys. Rev. B 80(2009)045401.
- [16] R.M. Ribeiro, N.M.R. Peres, J. Coutinho, P.R. Briddon, Phys. Rev. B 78(2008) 075442.
- [17] G. Giovanetti et. al., Phys. Rev. B 76(2007)073103.
- [18] S.Y. Zhou, et.al., Nat. Mater. 6(2007)770.
- [19] Di Xiao, Gui-Bin Liu, W. Feng, X. Xu, Wang Yao, Phys. Rev. Lett. 108(2012) 196802.
- [20] Xiao Li, Fan Zhang, Qian Niu, Phys. Rev. Lett. 110(2013)066803.
- [21] N.M.R. Peres, J. Phys. Condens. Matter 21(2009)095501.
- [22] Viana Gomes, N.M.R. Peres, J. Phys. Condens. Matter 20(2008)325221.
- [23] G. Giavaras, F. Nori, Appl. Phys. Lett. 97(2010)243106.

- 
- [24] P.V.Ratnikov,A.P.Silin,Phys.SolidState52(2010)1763.
- [25] G.M. Maksimova et.al.,Phys.Rev.B86 (2012)205422.
- [26] E.S. Azarova,G.M.Maksimova,PhysicaE61(2014)118.
- [27] H.A. Fertig,L.Brey,Phys.Trans.R.Soc.368(2010)5483.
- [28] K. Nomura,M.Koshino,S.Ruy,Phys.Rev.Lett.99(2007)146806.
- [29] Shi-Liang Zhu,Dan-WelZhang,Z.D.Wang,Phys.Rev.Lett.102(2009)210403.
- [30] Yu.P.Bliokh,V.Freilikher,S.Savel'ev,F.Nori,Phys.Rev.B79 (2009)075123.
- [31] N. Abedpour,A.Esmailpour,R.Asgari,M.Reza,R.Tabar,Phys.Rev. B 79(2009)165412.
- [32] Qifang Zhao,JiangbinGong,CordA.Müller,Phys.Rev.B85(2012)104201.
- [33] AyoubEsmailpour,FatemehPakdel,RaziehJahanaray,PhysicaE54(2013)214.
- [34] P.Marcoš, CostasM.Soukoulis,PrincetonUniversityPress,Princeton, 2008.
- [35] M.I. Katsnelson,K.S.Novoselov,A.K.Geim,Nat.Phys.2(2006)620.
- [36] J. MiltonPereiraJr.,P.Vasilopoulos,F.M.Peeters,Appl.Phys.Lett.90(2007) 132122.
- [37] A.V.Shytov,M.S.Rudner,L.S.Levitov,Phys.Rev.Lett.101(2008)156804.
- [38] M. RamezaniMasir,P.Vasilopoulos,F.M.Peeters,Phys.Rev.B82(2010) 115417.
- [39] G.A. Luna-Acosta et.al.,Phys. Rev.B80(2009)115112.
- [40] D. Mogilevtsev et.al., Phys.Rev.B84(2011)094204.

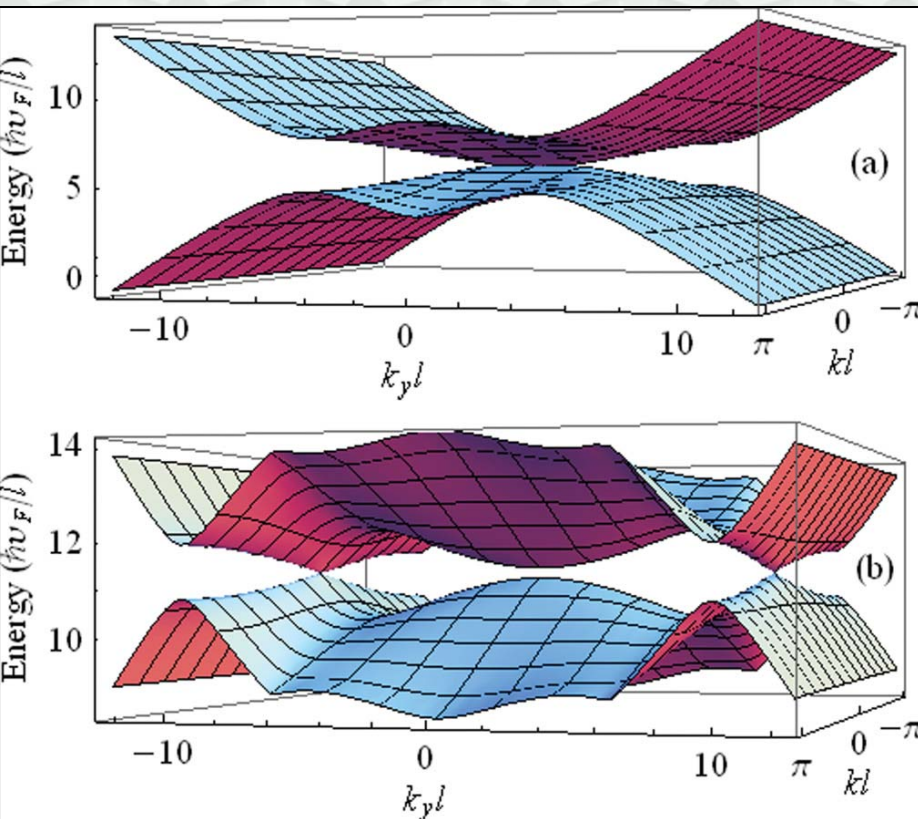
Волновой вектор

$$\alpha = k_x a, \quad \beta = q_x d$$

HCP	OCP
$k = \varepsilon , \quad k_x = \varepsilon \cos \theta_0$	$k = \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}, \quad k_x = \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2} \cos \theta_0$
$q = \sqrt{(\varepsilon - \nu)^2 - \Delta^2},$	$q = \sqrt{(\varepsilon - \nu)^2 - \varepsilon^2 + \Delta^2},$
$q_x = \sqrt{(\varepsilon - \nu)^2 - \Delta^2 - \varepsilon^2 \sin^2 \theta_0}$	$q_x = \sqrt{(\varepsilon - \nu)^2 - \Delta^2 - (\varepsilon^2 - \Delta^2) \sin^2 \theta_0}$

Спектр ГСР с периодически модулированной щелью

$$E_0 = \frac{V^2 - \Delta^2}{2V} \quad k_{yn} = \frac{1}{l} \sqrt{\left(\frac{E_0 l}{\hbar v_F}\right)^2 - (2\pi n)^2} \quad V_n = \frac{\pi \hbar v_F}{d} + \sqrt{\left(\frac{\pi \hbar v_F}{d}\right)^2 + \Delta^2}$$



$$a = d = 30 \text{ nm}$$

$$\Delta = 26.5 \text{ meV}$$

$$V = 143.26 \text{ meV}$$

$$\varepsilon = \frac{\delta^4(k_y l)^2}{4\pi u_c^2(1+3\delta^2)} \pm \sqrt{\frac{(ql)^2}{1+3\delta^2} + \frac{1+3\delta^2 + \delta^6/u_c^3}{(1+3\delta^2)^2} \cdot \frac{\delta^2(k_y l)^4}{(4\pi)^2 u_c}}$$

$$a = d = 30 \text{ nm}$$

$$\Delta = 26.5 \text{ meV}$$

$$V = 165.15 \text{ meV}$$

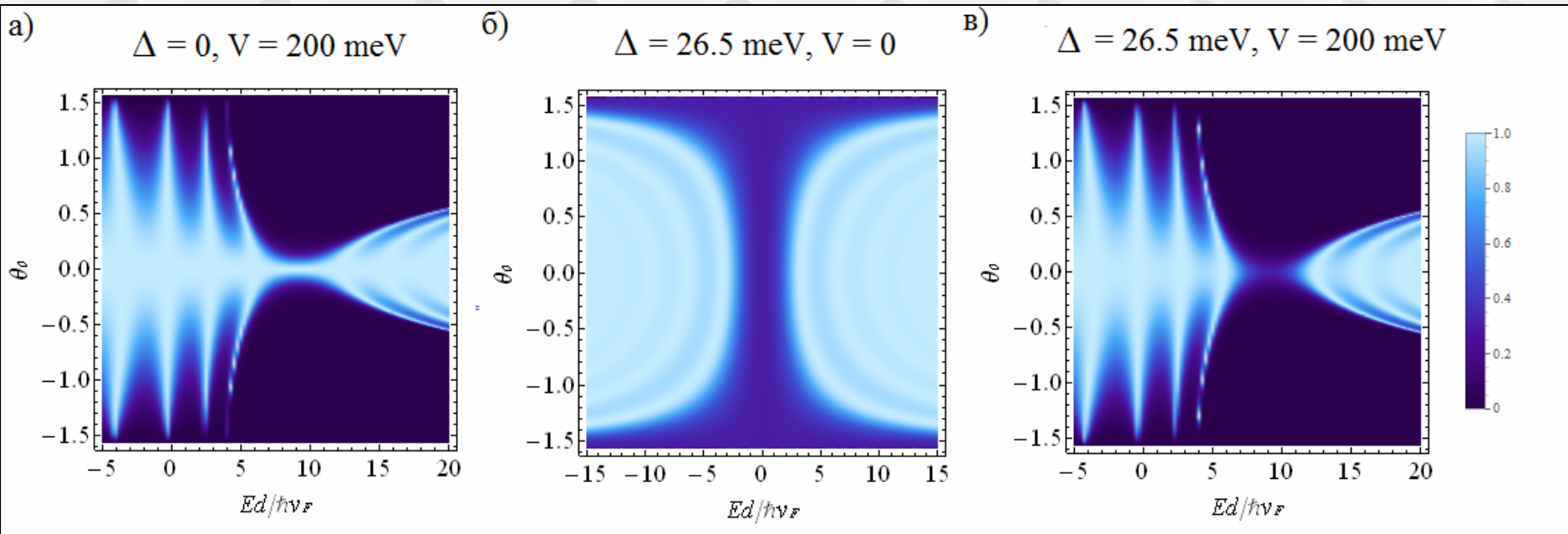
$$\varepsilon = \beta \tilde{k}_y l \pm \sqrt{\alpha^2 (ql)^2 + (\beta^2 + \gamma^2) (\tilde{k}_y l)^2}$$

Коэффициент прозрачности однобарьерной структуры

$$T(E, \theta_0) = \left(1 + \frac{\sin^2 k_x d}{(\hbar v_F k_x)^2} \frac{\Delta^2 \cos^2 \theta_0 + V^2 \sin^2 \theta_0}{\cos^2 \theta_0} \right)^{-1}$$

$$k_x = \frac{\sqrt{(E - V)^2 - \Delta^2 - E^2 \sin^2 \theta_0}}{\hbar v_F}$$

$d = 30 \text{ nm}$



$\Delta = 0, V \neq 0$: M.I. Katsnelson, K.S. Novoselov, A.K. Geim, Nat. Phys. **2** 620 (2006).

$\Delta \neq 0, V = 0$: J.V. Gomes, N.M.R. Peres, J. Phys.: Condens. Matter **20** 325221 (2008).

$\Delta \neq 0, V \neq 0$: E.S. Azarova, G.M. Maksimova, Physica E **61**, 118 (2014).

Рассеяние дираковских частиц двухбарьерным потенциалом

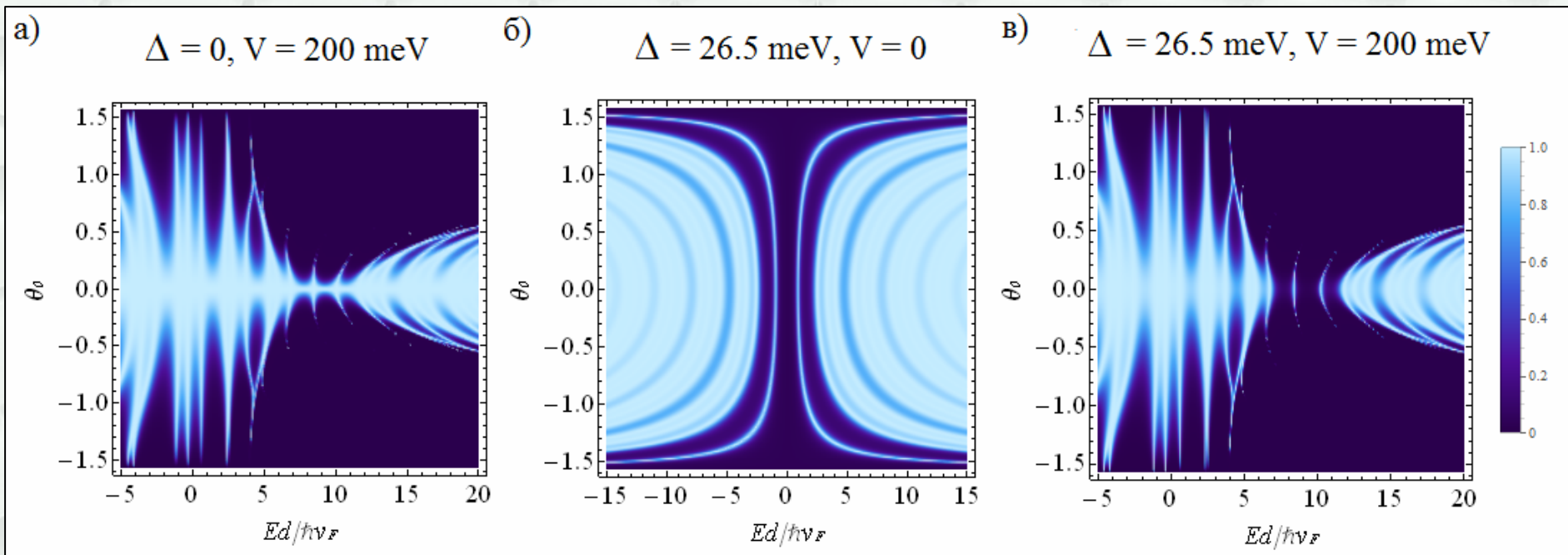


Рис. 17. Коэффициент прохождения квазичастиц через два потенциальных барьера при $a = d = 30 \text{ nm}$.

Энергетическая щель

Материал	E_g , эВ
<u>Графен</u>	0
Si	1.12
Ge	0.67
GaAs	1.42

Подвижность носителей

Материал	μ , см ² /(В·с)
<u>Графен</u>	$2 \cdot 10^5$
Si	1400
Ge	3900
GaAs	8500

Удельное сопротивление

Материал	ρ , Ом/см
<u>Графен</u>	$1 \cdot 10^{-6}$
Ag	$1.5 \cdot 10^{-6}$
Cu	$1.7 \cdot 10^{-6}$

Коэффициент теплопроводности

Материал	λ , Вт/(м·К)
<u>Графен</u>	5000
Ag	430
Cu	400
Al	210

Прочность и упругость

Материал	E , Па
<u>Графен</u>	$1 \cdot 10^{12}$
Ir	$520 \cdot 10^9$
W	$350 \cdot 10^9$
Cr	$300 \cdot 10^9$