

# Влияние неоднородностей коэффициента диффузии на линию фазового перехода грязных сверхпроводников

Копасов А. А.  
Савинов Д. А.  
Мельников А. С.

Институт физики микроструктур РАН

13 сентября 2015 г.

# Введение. Грязный предел: $\xi_0 \gg l$

Описание вблизи  $T_{c0}$  (линеаризованное уравнение Гинзбурга-Ландау):

$$\frac{1}{2m^*} \hat{\Pi}^2 \psi(\mathbf{r}) = (1 - T/T_{c0}) \psi(\mathbf{r}) . \quad (1)$$

Здесь  $\hat{\Pi} = (i\nabla + 2\pi\mathbf{A}/\Phi_0)$ ,  $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ ,  $T_{c0}$  - критическая температура при  $H = 0$ .  
В грязном пределе  $m^{*-1} \sim D = v_F l / 3$ .

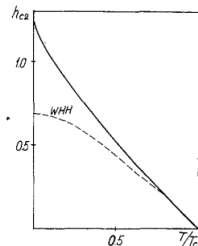
Описание во всем интервале температур (линеаризованное уравнение Узаделя):

$$D \hat{\Pi}^2 F_\omega(\mathbf{r}) + 2|\omega| F_\omega(\mathbf{r}) = 2\Delta(\mathbf{r}) , \quad (2)$$

где  $F_\omega(\mathbf{r})$  - аномальная функция Грина,  $\omega = \pi k_B T (2n + 1)$ .

Рассматривается слабый беспорядок  $k_F l \gg 1$ . Если это не так,

- L. N. Bulaevskii, M. V. Sadvskii, Anderson Localization and Superconductivity, Journal of Low Temperature Physics, Vol. 59, Nos. 1/2, 1985.



# Неоднородный коэффициент диффузии

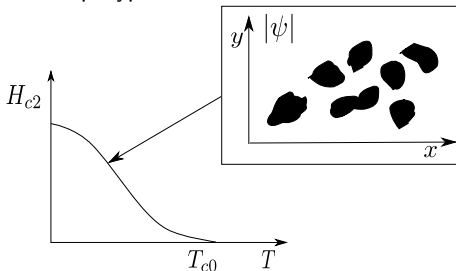
Влияние  $D(\mathbf{r})$  на  $H_{c2}(T)$  рассматривалось в следующих работах:

- L. I. Ioffe and A. I. Larkin, Properties of superconductors with a smeared transition temperature, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 81, 707 (1981) [Sov. Phys. JETP 54, 378 (1981)].
- V. M. Galitski and A. I. Larkin, Disorder and Quantum Fluctuations in Superconducting Films in Strong Magnetic Fields, Phys. Rev. Lett. 87, 087001 (2001).

В обеих работах - модельное распределение  $D(\mathbf{r}) = \bar{D} + \delta D(\mathbf{r})$  давалось в виде белого шума:

$$\overline{\delta D(\mathbf{r})\delta D(\mathbf{r}')} = \bar{D}^2 d^2\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (3)$$

Общий результат: вблизи нуля температуры наблюдается подъем верхнего критического поля от температуры.



# Основные уравнения

Линеаризованное уравнение Узаделя на аномальную функцию Грина  $F_\omega(\mathbf{r})$ :

$$\hat{\Pi}D(\mathbf{r})\hat{\Pi}F_\omega(\mathbf{r}) + 2|\omega|F_\omega(\mathbf{r}) = 2\Delta(\mathbf{r}) . \quad (4)$$

Уравнение самосогласования на  $\Delta(\mathbf{r})$ :

$$\Delta(\mathbf{r}) \ln \frac{T_c}{T_{c0}} + \pi k_B T_c \sum_{\omega_c} \left( \frac{\Delta(\mathbf{r})}{|\omega_c|} - F_{\omega_c}^*(\mathbf{r}) \right) = 0 . \quad (5)$$

Решение для аномальной функции Грина в виде:  $F_{\omega_c} = \Delta(\mathbf{r})/(|\omega_c| + E_0/2)$ .

Уравнение Маки - Де Жена:

$$\ln \left( \frac{T_c}{T_{c0}} \right) - \psi \left( \frac{1}{2} \right) + \psi \left( \frac{\hbar E_0}{4\pi k_B T_c} \right) = 0 , \quad (6)$$

где  $\psi$  - дигамма функция и  $E_0$  - это минимальное собственное число следующей задачи:

$$\hat{\Pi}D(\mathbf{r})\hat{\Pi}\Delta(\mathbf{r}) = E_0\Delta(\mathbf{r}) . \quad (7)$$

$E_0$  может быть найдено из следующей вариационной задачи:

$$E_0 = \min \frac{\int D(\mathbf{r}) |[i\nabla + 2\pi\mathbf{A}(\mathbf{r})/\Phi_0]\Delta(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}{\int |\Delta(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}. \quad (8)$$

Комплексный параметр порядка  $\Delta(\mathbf{r})$  может быть записан в виде  $\Delta(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r})e^{i\Theta(\mathbf{r})}$ , где  $f(\mathbf{r})$  и  $\Theta(\mathbf{r})$  модуль и фаза  $\Delta(\mathbf{r})$  соответственно.

$$E_0 = \min \frac{\int \xi_0^2(\mathbf{r}) \left\{ v^2(\mathbf{r}) f^2(\mathbf{r}) + [\nabla f(\mathbf{r})]^2 \right\} d^3\mathbf{r}}{\int f^2(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = [\nabla\Theta(\mathbf{r}) + 2\pi\mathbf{A}(\mathbf{r})/\Phi_0]$  - сверхскорость.

# Модели распределения $D(\mathbf{r})$ : 1D и 2D случаи

## 1D случай:

$$D(x) = \langle D \rangle - [\langle D \rangle - D_0] e^{-x^2/l_D^2}, \quad (10)$$

где  $\langle D \rangle$  - среднее значение  $D(\mathbf{r})$  по образцу,  $D_0 = D(x=0)$ , а  $l_D$  масштаб неоднородности. Калибровка  $\mathbf{A} = Hx\mathbf{y}_0$ .

Переменные разделяются:

$\Delta(x, y) = f(x) \exp(iky)$ . Выбраны пробные функции вида:

$$f(x) = \exp(-\alpha_1 x^2/2), \quad (11)$$

где  $\alpha_1$  вариационный параметр.

## 2D случай:

$$D(\rho) = \langle D \rangle - [\langle D \rangle - D_0] e^{-\rho^2/l_D^2}, \quad (12)$$

Калибровка  $\mathbf{A} = H\rho\varphi_0/2$ . Решение уравнения Гинзбурга-Ландау может быть записано следующим образом:

$$\Delta(\rho, \varphi) = f(\rho) \exp(im\varphi).$$

Были выбраны пробные функции вида:

$$f(x) = \exp(-\alpha_2 x^2/2), \quad (13)$$

где  $\alpha_2$  вариационный параметр.

# 1D и 2D распределения $D(\mathbf{r})$ : зависимости $H_{c2}(T)$

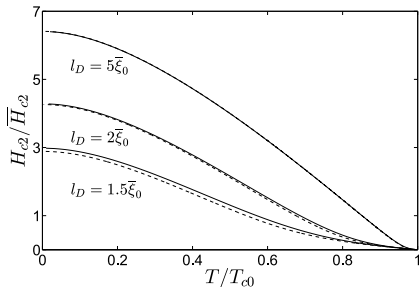


Рис.1: Типичные зависимости  $H_{c2}(T)$  в случае 1D распределения (10) для  $\langle D \rangle = 10D_0$  и  $l_D = 5\bar{\xi}_0, 2\bar{\xi}_0, 1.5\bar{\xi}_0$ . Также  $\bar{\xi}_0 = \sqrt{\xi_0 \langle l \rangle}$  и  $\bar{H}_{c2} = \Phi_0 / 2\pi \bar{\xi}_0^2$ .

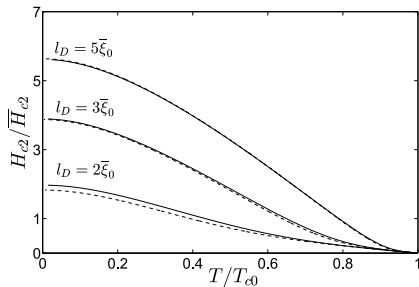


Рис.2: Линии фазового перехода  $H_{c2}(T)$  в случае 2D распределения (12) для  $\langle D \rangle = 10D_0$ ,  $l_D = 5\bar{\xi}_0, 3\bar{\xi}_0, 2\bar{\xi}_0$ ,  $\bar{\xi}_0 = \sqrt{\xi_0 \langle l \rangle}$  и  $\bar{H}_{c2} = \Phi_0 / 2\pi \bar{\xi}_0^2$ .

# 3D распределения $D(\mathbf{r})$

Модельное распределение:

$$D(\mathbf{r}) = \langle D \rangle - [\langle D \rangle - D_0] e^{(-\rho^2/l_D^2 - z^2/l_z^2)}. \quad (14)$$

Рассматривается предел  $l_z \gg l_D$ .

Решение для  $\Delta(\mathbf{r})$ :

$$\Delta(\mathbf{r}) = A(z) \exp(-\alpha(z)\rho^2/2).$$

Асимптотика:  $A(z) \sim \exp(-|z|)$  при  $z \rightarrow \infty$ .

Пробные функции:

$$f(\mathbf{r}) = e^{(-\alpha\rho^2/2 - \gamma\sqrt{\zeta^2 + z^2}/2)}, \quad (15)$$

где  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $\zeta$  - вариационные параметры.

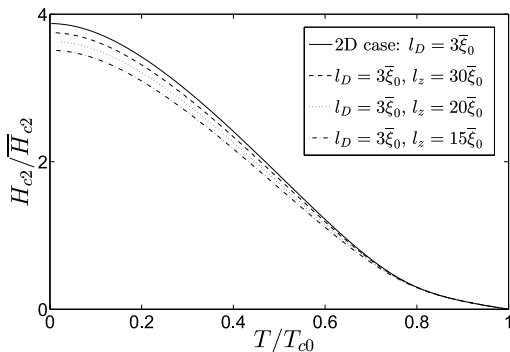


Рис. 3: Линии фазового перехода для модельного распределения (14) в случае  $\langle D \rangle = 10D_0$ ,  $l_D = 3\bar{\xi}_0$  и  $l_z = 30\bar{\xi}_0, 20\bar{\xi}_0, 15\bar{\xi}_0$ .



# Случайные распределения $D(\mathbf{r})$ : 1D случай

Постановка задачи:

$$D(x) = \langle D \rangle + \delta D(x). \quad (16)$$

Модельная автокорреляционная функция, задающая распределение  $D(x)$ :

$$\langle \delta D(x) \delta D(x') \rangle = \frac{\langle D \rangle^2 d}{l_K} \exp[-(x - x')^2 / l_K^2], \quad (17)$$

где  $l_K$  - корреляционная длина,  $d$  феноменологическая константа, связанная со свойствами пиннинга материала.

Случай  $T \rightarrow T_{c0}$ . Уравнение Гинзбурга-Ландау:

$$\langle D \rangle \hat{\Pi}^2 \Delta(\mathbf{r}) + \hat{\Pi} \delta D(\mathbf{r}) \hat{\Pi} \Delta(\mathbf{r}) = E_0 \Delta(\mathbf{r}). \quad (18)$$

Здесь  $\hat{\Pi} \delta D(\mathbf{r}) \hat{\Pi}$  есть оператор возмущения.

Основное состояние:

$$\Delta_0(x, y) = \exp[-(x - x_0)^2 / 2L_H^2 + iky], \quad (19)$$

где  $L_H = \sqrt{\Phi_0 / 2\pi H}$ . Далее ищется величина  $\sqrt{\langle E_1^2 \rangle}$ .

# Случайные распределения $D(\mathbf{r})$ : 2D случай

Постановка задачи:

$$D(\mathbf{r}) = \langle D \rangle + \delta D(\mathbf{r}). \quad (20)$$

Модельная автокорреляционная функция:

$$\langle \delta D(\mathbf{r}) \delta D(\mathbf{r}') \rangle = \frac{\langle D \rangle^2 d^2}{l_K^2} \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / l_K^2). \quad (21)$$

Случай  $T \rightarrow T_{c0}$ . Уравнение Гинзбурга-Ландау:

$$\langle D \rangle \hat{\Pi}^2 \Delta(\mathbf{r}) + \hat{\Pi} \delta D(\mathbf{r}) \hat{\Pi} \Delta(\mathbf{r}) = E_0 \Delta(\mathbf{r}). \quad (22)$$

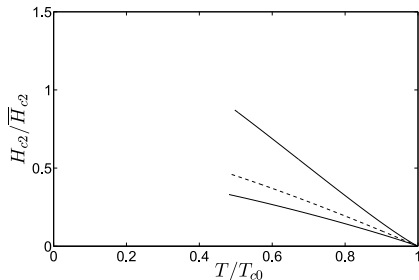
Снова считаем, что  $\hat{\Pi} \delta D(\mathbf{r}) \hat{\Pi}$  - это оператор возмущения и находим поправку в первом порядке теории возмущений к основному состоянию:

$$\Delta_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2 / 4L_H^2). \quad (23)$$

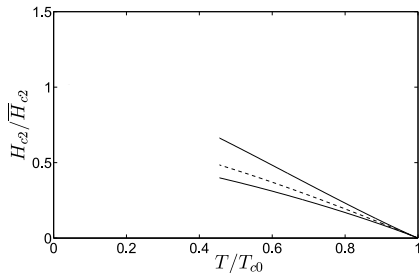
Далее определяем величину  $\sqrt{\langle E_1^2 \rangle}$ .

# Случайные распределения $D(\mathbf{r})$ : результаты

**Рис. 4:** Поправки к линии фазового перехода для  $1D$  модельного распределения (17)  $D(\mathbf{r})$ . Здесь  $d = 0.2\bar{\xi}_0$ ,  $l = \bar{\xi}_0$ . Средняя зависимость  $H_{c2}(T)$  представлена штрихованной линией, а среднеквадратичный разброс показан сплошными линиями.



**Рис. 5:** Поправки к зависимости  $H_{c2}(T)$ , вызванные  $2D$  модельным распределением (21)  $D(\mathbf{r})$ . Средняя зависимость а также среднеквадратичный разброс представлены для  $d = \bar{\xi}_0$ ,  $l = \bar{\xi}_0$  штрихованной и сплошными линиями соответственно.



В ходе выполнения работы получены следующие результаты:

- Обнаружено, что неоднородности  $D$  могут приводить к появлению на зависимости верхнего критического поля от температуры участков с положительной кривизной вблизи  $T_{c0}$ .
- Уменьшение характерного масштаба неоднородности  $D$  приводит к сдвигу участка с положительной кривизной в сторону более низких температур.