

Какие бывают эффекты Холла

А. В. Михеенков

ИФВД РАН, МФТИ

Какие бывают эффекты Холла

А. В. Михеенков

ИФВД РАН, МФТИ

А.Ф.Барабанов, Ю.М.Каган, Л.А.Максимов, А.В.Михеенков,
Т.В.Хабарова, Эффект Холла и его аналоги, УФН 185 (5), 479, 2015.

Содержание

- 1 Введение
- 2 Эффект Холла в металлах
- 3 Эффект Риги-Ледюка
- 4 Аномальный эффект Холла в ферромагнетиках
- 5 Эффект Бинакера-Зенфтлебена
- 6 Фононный эффект Холла
- 7 Спиновый эффект Холла
- 8 Магнонный эффект Холла

Предварительные замечания

On a New Action of the Magnet on Electric Currents.

By E. H. HALL, *Fellow of the Johns Hopkins University.*

SOMETIMES during the last University year, while I was reading Maxwell's Electricity and Magnetism in connection with Professor Rowland's lectures, my attention was particularly attracted by the following passage in Vol. II, p. 144:

"It must be carefully remembered, that the mechanical force which urges a conductor carrying a current across the lines of magnetic force, acts, not on the electric current, but on the conductor which carries it. If the conductor be a rotating disk or a fluid it will move in obedience to this force, and this motion may or may not be accompanied with a change of position of the electric current which it carries. But if the current itself be free to choose any path through a fixed solid conductor or a network of wires, then, when a constant magnetic force is made to act on the system, the path of the current through the conductors is not permanently altered, but after certain transient phenomena, called induction currents, have subsided, the distribution of the current will be found to be the same as if no magnetic force were in action. The only force which acts on electric currents is elec-

Предварительные замечания

Не про все гальваномагнитные и термомагнитные явления,
а только про эффект Холла
и его прямые аналоги

well's Electricity and Magnetism in connection with Professor Rowland's lectures, my attention was particularly attracted by the following passage in Vol. II, p. 144:

"It must be carefully remembered, that the mechanical force which urges a conductor carrying a current across the lines of magnetic force, acts, not on the electric current, but on the conductor which carries it. If the conductor be a rotating disk or a fluid it will move in obedience to this force, and this motion may or may not be accompanied with a change of position of the electric current which it carries. But if the current itself be free to choose any path through a fixed solid conductor or a network of wires, then, when a constant magnetic force is made to act on the system, the path of the current through the conductors is not permanently altered, but after certain transient phenomena, called induction currents, have subsided, the distribution of the current will be found to be the same as if no magnetic force were in action. The only force which acts on electric currents is elec**troniche**2015

Предварительные замечания

Не про все гальваномагнитные и термомагнитные явления,
а только про эффект Холла
и его прямые аналоги

Эффект Холла изучен в пределах слабых и сильных полей
здесь будет только
предел слабых полей

not on the electric current, but on the conductor which carries it. If the conductor be a rotating disk or a fluid it will move in obedience to this force, and this motion may or may not be accompanied with a change of position of the electric current which it carries. But if the current itself be free to choose any path through a fixed solid conductor or a network of wires, then, when a constant magnetic force is made to act on the system, the path of the current through the conductors is not permanently altered, but after certain transient phenomena, called induction currents, have subsided, the distribution of the current will be found to be the same as if no magnetic force were in action. The only force which acts on electric currents is ele~~ctromotive~~

Предварительные замечания

Не про все гальваномагнитные и термомагнитные явления,
а только про эффект Холла
и его прямые аналоги

жела Electricity and Magnetism in connection with Professor Rutherford's
Эффект Холла изучен в пределах слабых и сильных полей
здесь будет только
предел слабых полей

not on the electric current, but on the conductor which carries it. If the
Почти ничего не будет

про квантовый эффект Холла

choose any path through a piece of a conductor or a network of wires, then,
when a constant magnetic force is made to act on the system, the path of the
current through the conductors is not permanently altered, but after certain
transient phenomena, called induction currents, have subsided, the distribu-
tion of the current will be found to be the same as if no magnetic force were
in action. The only force which acts on electric currents is ele

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
●○○○ ○○○○○○ ○○ ○○○ ○ ○ ○○

О чём

Предварительные замечания

Не про все гальваномагнитные и термомагнитные явления,
а только про эффект Холла
и его прямые аналоги

шения Electricity and Magnetism in connection with Professor Powell's
Эффект Холла изучен в пределах слабых и сильных полей
здесь будет только
предел слабых полей

not on the electric current, but on the conductor which carries it. If the
Почти ничего не будет

про квантовый эффект Холла

choose any path through a fixed solid conductor or a network of wires, then,

Глубина изложения

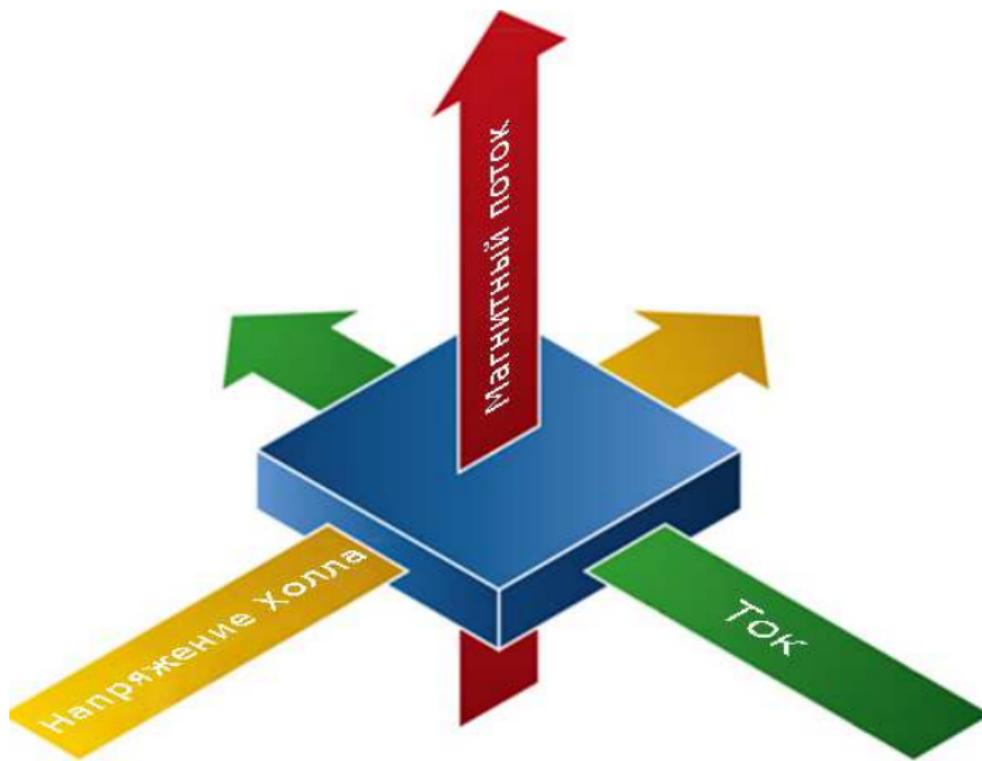
структура, а не детали

tion of the current will be found to be the same as if no magnetic force were
in action. The only force which acts on electric currents is ele

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
○●○○ ○○○○○○ ○○ ○○○ ○ ○○ ○○

Геометрия

Как выглядит эффект Холла



Библиография

Работы Эдвина Герберта Холла (1855–1938) по эффекту Холла

- Hall E. H., Am. J. Math. 2, 287 (1879)
- Hall E. H., Am. Journ. Sci. 19 (3), 200 (1880)
- Hall E. H., Fort. Phys. Abt. 1, 920 (1880)
- Hall E. H., Phil. Mag. 9 (5), 225 (1880)
- Hall E. H., Am. Journ. Sci. 20 (3), 161 (1880)
- Hall E. H., Phil. Mag. 12 (5), 157 (1881)
- Hall E. H., Nature 25, 46 (1881)
- Hall E. H., Am. Journ. Sci. 25 (3), 215 (1883)
- Hall E. H., Phil. Mag. 19 (5), 419 (1885)
- Hall E. H., Science ns-5, 249 (1885)
- Hall E. H., Am Journ. Sci. 36 (3), 237 (1889)
- Hall E. H., Proc. Am. Acad. 50, 67 (1914)
- Hall E. H., Proc. Natl. Acad. Sci. 3, 163 (1917)
- Hall E. H., Proc. Natl. Acad. Sci. 9, 41 (1923)

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
○○○● ○○○○○○○ ○○○ ○○○ ○ ○ ○○

Классификация

Эффекты трех перпендикуляров

Классификация

Эффекты трех перпендикуляров

Эффект Холла

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{E} \implies \mathbf{E}_1 \sim [\mathbf{B} \times \mathbf{E}]$$

1 Введение	2 В металлах	3 Риги-Ледюк	4 В ФМ	5 Бинакер	6 Фононный	7 Спиновый	8 Магнонный
○○○●	○○○○○○○	○○○	○○○	○	○	○	○○

Классификация

Эффекты трех перпендикуляров

Эффект Холла

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{E} \implies \mathbf{E}_1 \sim [\mathbf{B} \times \mathbf{E}]$$

Эффект Риги-Ледюка

$$\mathbf{B} \perp \nabla T \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \nabla T]$$

Классификация

Эффекты трех перпендикуляров

Эффект Холла

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{E} \implies \mathbf{E}_1 \sim [\mathbf{B} \times \mathbf{E}]$$

Эффект Риги-Ледюка

$$\mathbf{B} \perp \nabla T \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \nabla T]$$

Эффект Эттингсхаузена

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{E} \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \mathbf{E}]$$

Классификация

Эффекты трех перпендикуляров

Эффект Холла

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{E} \implies \mathbf{E}_1 \sim [\mathbf{B} \times \mathbf{E}]$$

Эффект Риги-Ледюка

$$\mathbf{B} \perp \nabla T \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \nabla T]$$

Эффект Эттингсхаузена

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{E} \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \mathbf{E}]$$

Эффект Нернста-Эттингсхаузена

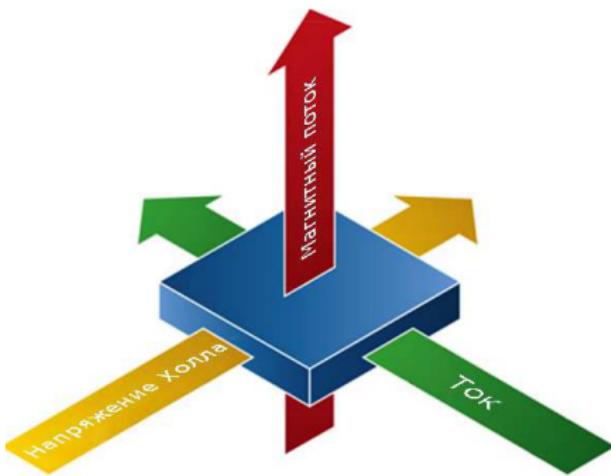
$$\mathbf{B} \perp \nabla T \implies \mathbf{E}_1 \sim [\mathbf{B} \times \nabla T]$$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо •оооооо ооо ооо о оо

Константа Холла

Самый простой вывод

$$\mathbf{F} = \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$



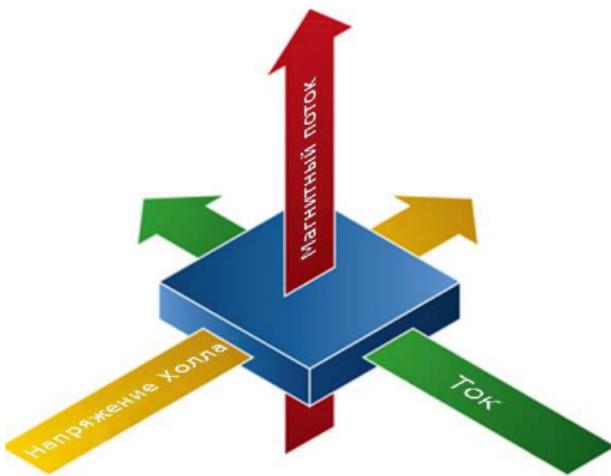
1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный

Константа Ходла

Самый простой вывод

$$\mathbf{F} = \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$

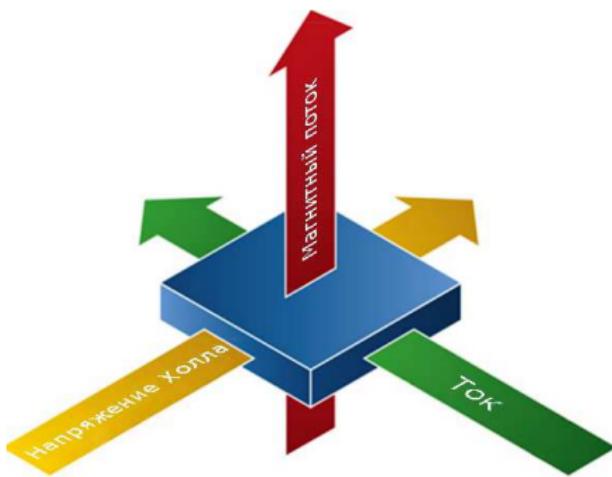
$$e\mathbf{E} = \frac{e}{c} [\mathbf{B} \times \mathbf{v}]$$



1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный

Константа Ходла

Самый простой вывод



$$\mathbf{F} = \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$

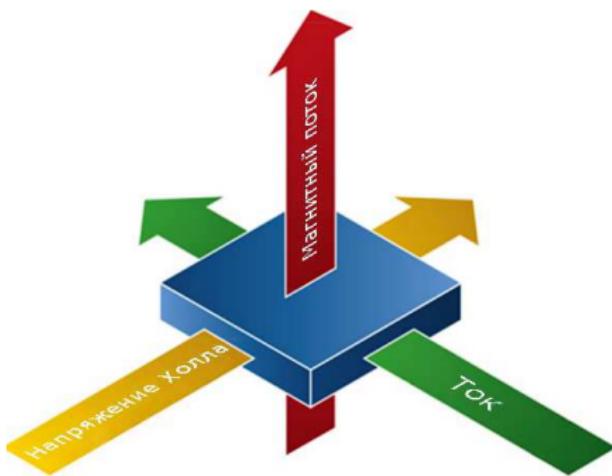
$$e\mathbf{E} = \frac{e}{c} [\mathbf{B} \times \mathbf{v}]$$

$$\mathbf{j} = ne\mathbf{v}; \quad v = \frac{j}{ne}$$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный

Константа Ходла

Самый простой вывод



$$\mathbf{F} = \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$

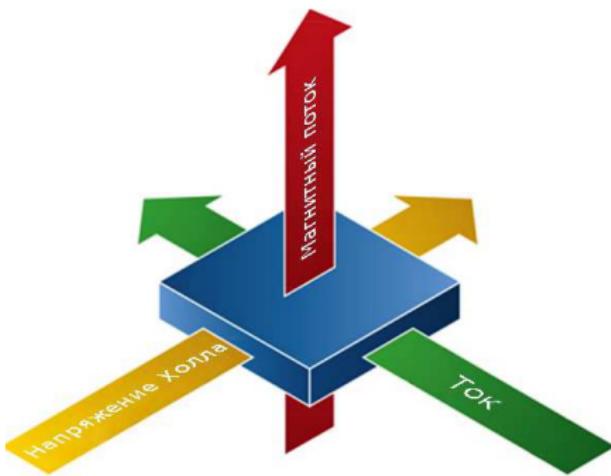
$$e\mathbf{E} = \frac{e}{c} [\mathbf{B} \times \mathbf{v}]$$

$$\mathbf{j} = ne\mathbf{v}; \quad v = \frac{j}{ne}$$

$$E_y = \frac{Bv}{c} = \frac{1}{nec} B j \equiv R B j$$

Константа Холла

Самый простой вывод



$$\mathbf{F} = \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$

$$e\mathbf{E} = \frac{e}{c} [\mathbf{B} \times \mathbf{v}]$$

$$\mathbf{j} = ne\mathbf{v}; \quad v = \frac{j}{ne}$$

$$E_y = \frac{Bv}{c} = \frac{1}{nec} Bj \equiv RBj$$

$$R = \frac{1}{nec}$$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
oooo ooooooo ooo ooo o o o o oo

Константа Холла

Простой вывод (Друде)

$$m\dot{\mathbf{v}} + \frac{m}{\tau}\mathbf{v} = e(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]); \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_D; \quad \dot{\mathbf{v}} = 0;$$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
○○○○ ○●○○○○○ ○○○ ○○○ ○ ○ ○ ○○

Константа Холла

Простой вывод (Друде)

$$m\dot{\mathbf{v}} + \frac{m}{\tau}\mathbf{v} = e(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]); \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_D; \quad \dot{\mathbf{v}} = 0;$$

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z); \quad \mathbf{B} = (0, 0, B)$$

$$\begin{cases} \frac{m}{\tau}v_x &= e(E_x + \frac{v_y B}{c}) \\ \frac{m}{\tau}v_y &= e(E_y - \frac{v_x B}{c}) \\ \frac{m}{\tau}v_z &= eE_z \end{cases}$$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
 оooo ooooooo ooo ooo o o o oo

Константа Холла

Простой вывод (Друде)

$$m\dot{\mathbf{v}} + \frac{m}{\tau}\mathbf{v} = e(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]); \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_D; \quad \dot{\mathbf{v}} = 0;$$

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z); \quad \mathbf{B} = (0, 0, B)$$

$$\begin{cases} \frac{m}{\tau}v_x = e(E_x + \frac{v_y B}{c}) \\ \frac{m}{\tau}v_y = e(E_y - \frac{v_x B}{c}) \\ \frac{m}{\tau}v_z = eE_z \end{cases}$$

$$\mathbf{v} = (v, 0, 0); \quad j = nev;$$

$$\begin{cases} \frac{m}{\tau}v = eE_x \\ 0 = e(E_y - \frac{vB}{c}) \\ 0 = eE_z \end{cases} \Rightarrow E_y = \frac{vB}{c} = \frac{1}{nec}Bj = R Bj \quad j = \frac{ne^2\tau}{m}E_x$$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
 оooo ooooooo ooo ooo o o o oo

Константа Холла

Простой вывод (Друде)

$$m\dot{\mathbf{v}} + \frac{m}{\tau}\mathbf{v} = e(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]); \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_D; \quad \dot{\mathbf{v}} = 0;$$

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z); \quad \mathbf{B} = (0, 0, B)$$

$$\begin{cases} \frac{m}{\tau}v_x &= e(E_x + \frac{v_y B}{c}) \\ \frac{m}{\tau}v_y &= e(E_y - \frac{v_x B}{c}) \\ \frac{m}{\tau}v_z &= eE_z \end{cases}$$

$$\mathbf{v} = (v, 0, 0); \quad j = nev;$$

$$\begin{cases} \frac{m}{\tau}v &= eE_x \\ 0 &= e(E_y - \frac{vB}{c}) \\ 0 &= eE_z \end{cases} \Rightarrow E_y = \frac{vB}{c} = \frac{1}{nec}Bj = R Bj \quad j = \frac{ne^2\tau}{m}E_x$$

$$R = \frac{1}{nec}$$

Константа Холла

Стандартный вывод

$$f = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{V})$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -Stf$$

$$V_i \frac{\partial}{\partial r_i} f + (eE_i + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_i) \frac{\partial}{\partial p_i} f + Stf = 0, \quad f = f^{(0)} + f^{(1)} \quad (1)$$

$\mathbf{J} \parallel x$, $\mathbf{B} \parallel z$; линейное приближение по E :

$$eE_i \frac{\partial f^{(0)}}{\partial p_i} + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_i \frac{\partial f^{(1)}}{\partial p_i} + Stf^{(1)} = 0 \quad (2)$$

Первый член для распределения Ферми: $-eE_i V_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right|$. Обозначения:

$$f^{(1)} = eE_i \chi_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right|, \quad Stf^{(1)} = \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| eE_i \hat{\Omega} \chi_i, \quad \hat{\Lambda} = \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_i \frac{\partial}{\partial p_i}$$

$eE_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right|$ сокращается, (2) \Rightarrow

$$V_i = (\hat{\Lambda} + \hat{\Omega}) \chi_i \quad (3)$$

Константа Холла

Стандартный вывод

$\hat{\Omega}$ — оператор столкновений; $\Omega_{ik} = \Omega_{ki}$, $\text{Det}\hat{\Omega} > 0$.

Приближение времени релаксации: $\hat{\Omega} \simeq 1/\tau$.

$$J_i = \sum_{p\sigma} eV_i f = e^2 E_k \sum_{p\sigma} V_i \chi_k \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| = e^2 \langle V_i \chi_k \rangle E_k,$$

где $\langle \dots \rangle$ — усреднение около поверхности Ферми

$$\langle \dots \rangle = \sum_{p\sigma} \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| (\dots)$$

⇒ Тензор электропроводности

$$\sigma_{ik} = e^2 \langle \chi_k V_i \rangle \quad (4)$$

$$\Rightarrow \sigma_{ik} = e^2 \langle \chi_k (\hat{\Omega} + \hat{\Lambda}) \chi_i \rangle = \sigma_{ik}^{(+)} + \sigma_{ik}^{(-)} \quad (5)$$

1 Введение	2 В металлах	3 Риги-Ледюк	4 В ФМ	5 Бинакер	6 Фононный	7 Спиновый	8 Магнонный
оооо	оооо•оо	ооо	ооо	о	о	о	оо

Константа Холла

Стандартный вывод

$$\sigma_{ik}^{(+)} = e^2 \left\langle \chi_k \hat{\Omega} \chi_i \right\rangle \quad (6)$$

$\sigma_{ik}^{(+)}$ — симметричный тензор, не содержит нечетных по \mathbf{B} членов

$$\sigma_{ik}^{(-)} = e^2 \left\langle \chi_k \hat{\Lambda} \chi_i \right\rangle = \frac{e^3}{c} \langle \chi_k [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_l \frac{\partial \chi_i}{\partial p_l} \rangle \quad (7)$$

В $\sigma_{ik}^{(-)}$ достаточно нулевого по полю χ (длина свободного пробега):

$$\chi_i^{(0)} = L_i = \Omega_{ik}^{-1} V_k \quad (8)$$

Холловская проводимость в слабом поле $\mathbf{B} \parallel z$ задается величиной

$$\sigma_{xy}^{(-)} = \frac{e^3 B}{2c} \left\{ \langle L_y V_y \frac{\partial L_x}{\partial p_x} \rangle - \langle L_y V_x \frac{\partial L_x}{\partial p_y} \rangle + \langle L_x V_x \frac{\partial L_y}{\partial p_y} \rangle - \langle L_x V_y \frac{\partial L_y}{\partial p_x} \rangle \right\}$$

В τ -приближении $L_i = \tau V_i \Rightarrow$

$$\sigma_{xy}^{(-)} = \frac{e^3 \tau^2 B}{2c} \left\{ \langle V_x^2 \frac{\partial V_y}{\partial p_y} \rangle + \langle V_y^2 \frac{\partial V_x}{\partial p_x} \rangle - 2 \langle V_x V_y \frac{\partial V_x}{\partial p_y} \rangle \right\} \quad (9)$$

Константа Холла

Связь с кривизной

Сечение поверхности Ферми плоскостью $\perp z$ в точке \mathbf{p} имеет кривизну

$$K_z(\mathbf{p}) = \frac{2\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_{xy} - \varepsilon_x^2\varepsilon_{yy} - \varepsilon_y^2\varepsilon_{xx}}{(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2)^{3/2}}$$

$$\varepsilon_i = \partial\varepsilon/\partial p_i = V_i, \quad \varepsilon_{ik} = \frac{\partial V_k}{\partial p_i} \Rightarrow K_z(\mathbf{p}) = \frac{2V_x V_y \varepsilon_{xy} - V_x^2 \varepsilon_{yy} - V_y^2 \varepsilon_{xx}}{V_{\parallel}^3}$$

\Rightarrow поперечная проводимость — взвешенное среднее от кривизны:

$$\sigma_{xy}^{(-)} = -\frac{\tau^2 e^3 B}{2c} \langle V_{\parallel}^3 K_z \rangle, \quad V_{\parallel}^2 = V_x^2 + V_y^2$$

$$\text{Отсюда константа Холла } \rho_{yx} = RB = \frac{\sigma_{xy}^{(-)}}{\sigma_{xx}^{(+)} \sigma_{yy}^{(+)}}$$

Для кубического кристалла

$$\sigma_{xy}^{(-)} = -\frac{\tau^2 e^3 B}{6c} \langle V^3 k_3 \rangle$$

где k_3 — сумма главных кривизн трехмерной поверхности

$$k_3 = (\varepsilon_{\gamma})^{-3/2} (\varepsilon_{\alpha}\varepsilon_{\beta}\varepsilon_{\alpha\beta} - \varepsilon_{\alpha}\varepsilon_{\alpha}\varepsilon_{\beta\beta})$$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
oooo ooooo● ooo ooo o o o oo

Коэффициент Холла

Отклонения от $R = 1/nec = Const$

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо оооооо● ооо ооо о оо

Коэффициент Холла

Отклонения от $R = 1/nec = Const$

Даже в τ -приближении не всегда $R = 1/nec$

Другие выражения, если поверхность Ферми далека от сферы.

Пример 1: $\varepsilon = -t[\cos(p_x) + \cos(p_y)] \Rightarrow R \sim (n - n_{0.5})$

Пример 2: Квадратная канава с ямами

Вообще любое изменение топологии поверхности Ферми

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо оооооо● ооо ооо о оо

Коэффициент Холла

Отклонения от $R = 1/nec = Const$

Даже в τ -приближении не всегда $R = 1/nec$

Другие выражения, если поверхность Ферми далека от сферы.

Пример 1: $\varepsilon = -t[\cos(p_x) + \cos(p_y)] \Rightarrow R \sim (n - n_{0.5})$

Пример 2: Квадратная канава с ямами

Вообще любое изменение топологии поверхности Ферми

Константа Холла была константой \sim до середины 1980-х годов

А теперь она не константа. Ей мешают:

- Сильная анизотропия
- Близкие плоские участки поверхности Ферми
- Плохая размерность
- Нестандартные квазичастицы (пример — спиновый полярон)

Коэффициент Холла

Отклонения от $R = 1/nec = Const$

Даже в τ -приближении не всегда $R = 1/nec$

Другие выражения, если поверхность Ферми далека от сферы.

Пример 1: $\varepsilon = -t[\cos(p_x) + \cos(p_y)] \Rightarrow R \sim (n - n_{0.5})$

Пример 2: Квадратная канава с ямами

Вообще любое изменение топологии поверхности Ферми

Константа Холла была константой \sim до середины 1980-х годов

А теперь она не константа. Ей мешают:

- Сильная анизотропия
- Близкие плоские участки поверхности Ферми
- Плохая размерность
- Нестандартные квазичастицы (пример — спиновый полярон)

И что тогда делать

- Решать задачу численно
- Найти подходящий квантовый симулятор
- Аккуратнее решать уравнение Больцмана, например, методом моментов

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо оооооо •оо ооо о о оо

Тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в металлах

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо оооооо •оо ооо о о оо

Тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в металлах

Эффект Риги-Ледюка

$$\mathbf{B} \perp \nabla T \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \nabla T]$$

Тепловой аналог эффеkта Холла

Поперечная теплопроводность в металлах

Эффект Риги-Ледюка

$$\mathbf{B} \perp \nabla T \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \nabla T]$$

- Righi A. "Sulla Conducibilitá Calorica del Bismuto posto in un Campo Magnetico" , Mem. Acc. Lincei 4, 433 (1887)
- Leduc S A., "Sur la conductibilité calorifique du bismuth dans un champ magnétique et la déviation des lignes isothermes" , J. Phys. 2e serie 6, 378 (1887)

Поперечная теплопроводность в металлах

Эффект Риги-Ледюка

$$\mathbf{B} \perp \nabla T \implies (\nabla T)_1 \sim [\mathbf{B} \times \nabla T]$$

- Righi A. "Sulla Conducibilitá Calorica del Bismuto posto in un Campo Magnetico" , Mem. Acc. Lincei 4, 433 (1887)
- Leduc S A., "Sur la conductibilité calorifique du bismuth dans un champ magnétique et la déviation des lignes isothermes" , J. Phys. 2e serie 6, 378 (1887)
- * Righi A. Trans. Acc. Lincei (3) 7, 262 (1883)
- * Righi A. Mem. Acc. Sci. Bologna (4) 5, 115 (1883)
- * Righi A. Trans. Acc. Lincei. (3) 8, 331 (1884)
- * Righi A. Mem. Acc. Lincei. (3) 19, 545 (1884)
- * Leduc S A. Compt. Rend. 98, 673 (1884)
- * Leduc S A. Lum. Électr. 13, 510 (1884)
- * Leduc S A. Compt. Rend. 102, 358 (1886)

Тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в металлах

$$V_i \frac{\partial}{\partial r_i} f + \left(eE_i + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_i \right) \frac{\partial}{\partial p_i} f + Stf = 0, \quad f = f^{(0)} + f^{(1)} \quad (10)$$

В линеаризованном уравнении Больцмана первый член

$$(\mathbf{V} \nabla) f^{(0)} = (\varepsilon - \mu) (\mathbf{V} \nabla \ln T) \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right|$$

и уравнение Больцмана принимает вид

$$(\varepsilon - \mu) (\mathbf{V} \nabla \ln T) \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_i \frac{\partial f^{(1)}}{\partial p_i} + Stf^{(1)} = 0 \quad (11)$$

1 Введение	2 В металлах	3 Риги-Ледюк	4 В ФМ	5 Бинакер	6 Фононный	7 Спиновый	8 Магнонный	9
oooo	ooooooo	oo●	ooo	o	o	o	oo	

Тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в металлах

Обозначения

$$\tilde{V}_i = (\varepsilon - \mu) V_i, \quad f^{(1)} = (\nabla \ln T)_i \chi_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right|$$

сводят задачу к задаче Холла, только вместо \mathbf{j} следует найти \mathbf{q}

$$q_i = \sum_{p\sigma} (\varepsilon - \mu) V_i f = \langle \tilde{V}_i \chi_k \rangle (\nabla \ln T)_k$$

Красное уравнение заменяется на

$$\tilde{V}_i = (\hat{\Lambda} + \hat{\Omega}) \chi_i. \quad (12)$$

а $\sigma_{ik}^{(-)}$ заменяется на

$$\varkappa_{ik}^{(-)} = -\frac{1}{T} \langle \chi_k^{(0)} \hat{\Lambda} \chi_i^{(0)} \rangle, \quad (13)$$

где $\chi_i^{(0)}$ — решение уравнения Больцмана без магнитного поля

$$\tilde{V}_i = \hat{\Omega} \chi_i^{(0)}$$

Дальше все абсолютно аналогично задаче Холла.

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо оооооооо ооо ●oo o o o oo

Два механизма аномального эффекта Холла в ФМ

Динамический механизм АЭХ

- Kikoin I. K., Physik. Z. Sowjetunion 9, 1 (1936)
- Кикоин И. К., ЖЭТФ 10, 1242 (1940)

Два механизма аномального эффекта Холла в ФМ

Динамический механизм АЭХ

- Kikoin I. K., Physik. Z. Sowjetunion 9, 1 (1936)
- Кикоин И. К., ЖЭТФ 10, 1242 (1940)

Простейший — очевидный — механизм аномального эффекта Холла:
эффективное поле Вейсса $\mathbf{B}^M = \gamma \mathbf{M}$ вместо внешнего поля \mathbf{B} .

В красном уравнении вместо члена с силой Лоренца —

$$\hat{\Lambda}^M = \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \gamma \mathbf{M}]_a \frac{\partial}{\partial p_a} \quad (14)$$

и поперечная компонента электросопротивления принимает вид

$$\rho_{yx}^M = \frac{\gamma M}{Nec} \quad (15)$$

Это — динамический механизм — результат влияния средней намагниченности на траекторию электрона проводимости.

Два механизма аномального эффекта Холла в ФМ

Диссипативный механизм АЭХ

Диссипативный механизм — спин-орбитальное рассеяние электронов проводимости на флуктуациях магнитных моментов электронов внутренних оболочек. Нужно заборновское приближение, квадратичное по потенциальному взаимодействию с примесями $H^{(imp)}$ и линейное по $H^{(sl)} \sim \mathbf{SL}$.

По-простому — существует механизм рассеяния, линейный **M**.

Выбросим динамический механизм и учтем, кроме потенциального рассеяния $\hat{\Omega}^{(0)}$, линейный по **M** вклад $\hat{\Omega}^{(sl)}$.

$$V_i = (\hat{\Omega}^{(0)} + \hat{\Omega}^{(sl)})\chi_i, \quad (16)$$

Тензор электропроводности

$$\sigma_{ik} = e^2 \langle V_i \chi_k \rangle = e^2 \langle \chi_k \left(\hat{\Omega}^{(0)} + \hat{\Omega}^{(sl)} \right) \chi_i \rangle = \sigma_{ik}^{(0)} + \sigma_{ik}^{(sl)} \quad (17)$$

$\sigma_{ik}^{(0)} = \frac{e^2}{\tau} \langle \chi_k \chi_i \rangle$ — симметричный тензор, четный по **M**.

Два механизма аномального эффекта Холла в ФМ

Диссипативный механизм АЭХ

Тензор

$$\sigma_{ik}^{(sl)} = e^2 \langle \chi_k \hat{\Omega}^{(sl)} \chi_i \rangle \quad (18)$$

ведет себя при поворотах системы координат как произведение двух полярных векторов (χ) и линеен по \mathbf{M} . Поэтому вектор \mathbf{M} есть дуальный вектор для тензора $\langle \chi_k \hat{\Omega}^{(sl)} \chi_i \rangle \Rightarrow$

$$\sigma_{ik}^{(sl)} = \beta e_{ikl} M_l, \quad \sigma_{yx}^{(sl)} = -\beta M \quad (19)$$

Ниже температуры Кюри вектор \mathbf{M} — спонтанный магнитный момент, в парамагнитной области $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$.

Чтобы определить, какой из механизмов важнее, надо вычислить коэффициенты γ и β , выбрав конкретную модель.

Еще один тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в газах несферических молекул

- Senftleben H., Phys. Z. 31, 822 (1930)
- Senftleben H. Phys. Z. 31, 961 (1930)
- Beenakker J. et al., Phys. Lett. 2, 5 (1962)
- Hermans L J F. et al., Phys. Lett. A 25, 81 (1967)
- Горелик Л. Л. et al., Письма в ЖЭТФ 4, 456 (1966)

Еще один тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в газах несферических молекул

- Senftleben H., Phys. Z. 31, 822 (1930)
- Senftleben H. Phys. Z. 31, 961 (1930)
- Beenakker J. et al., Phys. Lett. 2, 5 (1962)
- Hermans L J F. et al., Phys. Lett. A 25, 81 (1967)
- Горелик Л. Л. et al., Письма в ЖЭТФ 4, 456 (1966)

Диссипативный механизм

Прецессия вращательных моментов в магнитном поле меняет интеграл столкновений

Еще один тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в газах несферических молекул

- Senftleben H., Phys. Z. 31, 822 (1930)
- Senftleben H. Phys. Z. 31, 961 (1930)
- Beenakker J. et al., Phys. Lett. 2, 5 (1962)
- Hermans L J F. et al., Phys. Lett. A 25, 81 (1967)
- Горелик Л. Л. et al., Письма в ЖЭТФ 4, 456 (1966)

Диссипативный механизм

Прецессия вращательных моментов в магнитном поле меняет интеграл столкновений

Динамический механизм

Прецессия влияет на член с векторным произведением в левой стороне уравнения Больцмана

Еще один тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в газах несферических молекул

- Senftleben H., Phys. Z. 31, 822 (1930)
- Senftleben H. Phys. Z. 31, 961 (1930)
- Beenakker J. et al., Phys. Lett. 2, 5 (1962)
- Hermans L J F. et al., Phys. Lett. A 25, 81 (1967)
- Горелик Л. Л. et al., Письма в ЖЭТФ 4, 456 (1966)

Диссипативный механизм

Прецессия вращательных моментов в магнитном поле меняет интеграл столкновений

Динамический механизм

Прецессия влияет на член с векторным произведением в левой стороне уравнения Больцмана

Аналогичный эффект возможен в твердых тел, в которых молекулы, осциллирующие около узлов решетки, могут свободно вращаться

И это тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в диэлектриках

- Strohm C. et. al., Phys. Rev. Lett. 95, 155901 (2005)
- Инюшкин А. В. et. al., Письма в ЖЭТФ 86, 436 (2007)
- Инюшкин А. В., Талденков А. Н., ЖЭТФ 138, 862 (2010)

И это тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в диэлектриках

- Strohm C. et. al., Phys. Rev. Lett. 95, 155901 (2005)
- Инюшкин А. В. et. al., Письма в ЖЭТФ 86, 436 (2007)
- Инюшкин А. В., Талденков А. Н., ЖЭТФ 138, 862 (2010)

Динамический механизм

Магнитное поле через спины атомов решетки
влияет на поляризацию фононов,
а это меняет тепловой поток

И это тепловой аналог эффекта Холла

Поперечная теплопроводность в диэлектриках

- Strohm C. et. al., Phys. Rev. Lett. 95, 155901 (2005)
- Инюшкин А. В. et. al., Письма в ЖЭТФ 86, 436 (2007)
- Инюшкин А. В., Талденков А. Н., ЖЭТФ 138, 862 (2010)

Динамический механизм

Магнитное поле через спины атомов решетки
влияет на поляризацию фононов,
а это меняет тепловой поток

Диссипативный механизм

Очень сложный

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо оооооооо ооо оо о о

Спиновый аналог эффекта Холла

Поперечный поток спинов

- Дьяконов М. И. et. al., Письма в ЖЭТФ 13, 657 (1971)
- Dyakonov M. I., Perel V. I., Phys. Lett. A 35, 459 (1971)

Спиновый аналог эффекта Холла

Поперечный поток спинов

- Дьяконов М. И. et. al., Письма в ЖЭТФ 13, 657 (1971)
- Dyakonov M. I., Perel V. I., Phys. Lett. A 35, 459 (1971)

Как и в аномальном эффекте Холла, не требуется **B**

Эффект возникает из-за анизотропии рассеяния электронов на кулоновских центрах, вызванной спин-орбитальным взаимодействием. При протекании тока электроны со спином вверх преимущественно рассеиваются направо, а со спином вниз – налево.

Спиновый аналог эффекта Холла

Поперечный поток спинов

- Дьяконов М. И. et. al., Письма в ЖЭТФ 13, 657 (1971)
- Dyakonov M. I., Perel V. I., Phys. Lett. A 35, 459 (1971)

Как и в аномальном эффекте Холла, не требуется **В**

Эффект возникает из-за анизотропии рассеяния электронов на кулоновских центрах, вызванной спин-орбитальным взаимодействием. При протекании тока электроны со спином вверх преимущественно рассеиваются направо, а со спином вниз – налево.

- Kato Y K. et al., Science 306, 1910 (2004)
- Wunderlich J. et al. Phys. Rev. Lett. 94, 047204 (2005)
- Zhao H. et al. Phys. Rev. Lett. 96, 246601 (2006)
- Saitoh E. et al. Appl. Phys. Lett. 88, 182509 (2006)
- Valenzuela S O., Tinkham M., Nature 442, 176 (2006)
- Kimura T et al. Phys. Rev. Lett. 98, 156601 (2007)

Поперечный поток всего

Эффект Холла, вызванный киральностью

- Fujimoto S., Phys. Rev. Lett. 103, 047203 (2009)
- Katsura H., Nagaosa N., Lee P A., PRL 104, 066403 (2010)
- Onose Y. et al., Science 329, 297 (2010)
- Taguchi Y. et al., Science 291, 2573 (2001)
- Taguchi Y. et al., J. Phys.: Condens. Matter 16, S599 (2004)
- Machida Y. et al., Phys. Rev. Lett. 98, 057203 (2007)
- Martin I., Batista C D., Phys. Rev. Lett. 101, 156402 (2008)
- Neubauer A. et al., Phys. Rev. Lett. 102, 186602 (2009)
- Akagi Y., Motome Y. J. Phys. Soc. Jpn. 79, 083711 (2010)
- Kanazawa N. et al., Phys. Rev. Lett. 106, 156603 (2011)
- Ueland B G. et al., Nat. Commun. 3, 1067 (2012)

Поперечный поток всего

Эффект Холла, вызванный киральностью

Вместо магнитной силы Лоренца (или в дополнение к ней) — спиновая киральность, определяемая для трех узлов i, j, k как

$$\mathbf{S}_i \cdot (\mathbf{S}_j \times \mathbf{S}_k).$$

Из-за набега фазы при обходе контура i, j, k ненулевая киральность эквивалентна магнитному полю.

Причины ненулевой киральности:

- Фruстрация
 - геометрическая, как в треугольной решетке, решетке Кагоме ...
 - вызванная конкуренцией ближайшего и заближайших взаимодействий
- Взаимодействие Дзялошинского-Мории

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
оооо оооооооо ооо ооо о о оо

Основные идеи

Основные идеи

Геометрически "эффекты Холла" одинаковы

одинаковы и "верхние" уравнения, механизмы разные

Основные идеи

Геометрически "эффекты Холла" одинаковы
одинаковы и "верхние" уравнения, механизмы разные

У уравнения Больцмана
есть левая и правая части; соответственно,
возможны два вида механизма поперечных эффектов —
динамический и диссипативный

Основные идеи

Геометрически "эффекты Холла" одинаковы
одинаковы и "верхние" уравнения, механизмы разные

У уравнения Больцмана
есть левая и правая части; соответственно,
возможны два вида механизма поперечных эффектов —
динамический и диссипативный

τ -приближение —
это и в самом деле приближение,
и оно не обязано работать всегда

Основные идеи

Геометрически "эффекты Холла" одинаковы
одинаковы и "верхние" уравнения, механизмы разные

У уравнения Больцмана
есть левая и правая части; соответственно,
возможны два вида механизма поперечных эффектов —
динамический и диссипативный

τ -приближение —
это и в самом деле приближение,
и оно не обязано работать всегда

Эффекты Холла
еще не закончились,
вполне могут быть обнаружены новые

1 Введение 2 В металлах 3 Риги-Ледюк 4 В ФМ 5 Бинакер 6 Фононный 7 Спиновый 8 Магнонный
oooo ooooooo ooo ooo o o o o oo

Спасибо за внимание!