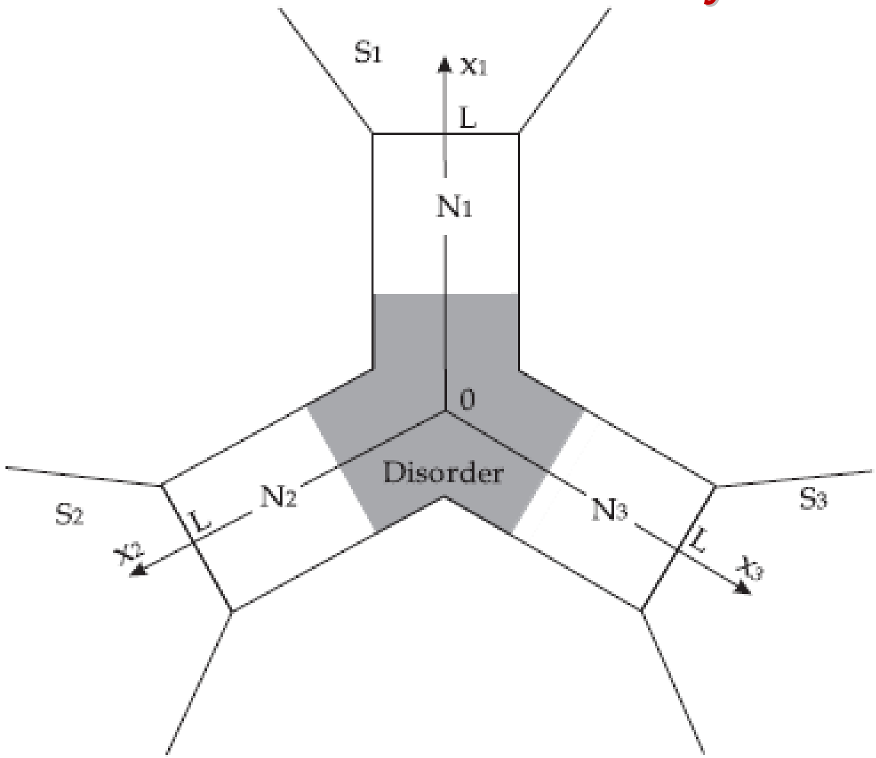
ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ К ТЕОРИИ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ТРАНСПОРТА В МЕЗОСКОПИЧЕСКИХ МНОГОКОНТАКТНЫХ УЗЛАХ

Д.А. Савинов

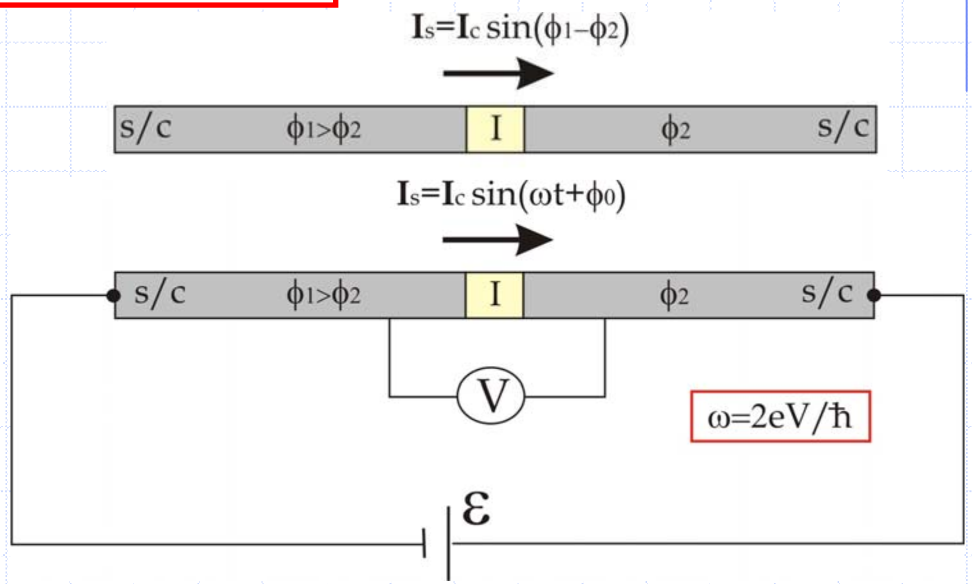


Эффекты Джозефсона

B. D. Josephson, Phys. Lett. 1, 251 (1962)

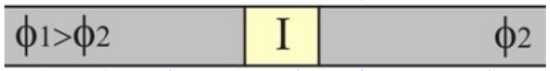
- Стационарный эффект Джозефсона

- Нестационарный эффект Джозефсона



Типы джозефсоновских переходов

Туннельный контакт

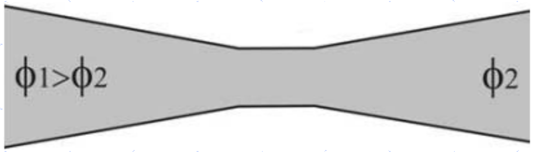


«SNS»-контакт

или

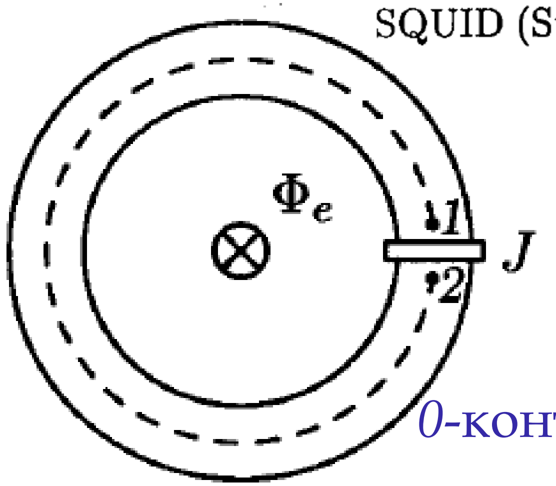
2DEG или графен

Сверхпроводник с сужением



«SFS»-контакт и π-переход

SQUID (Superconducting Quantum Interference Device)



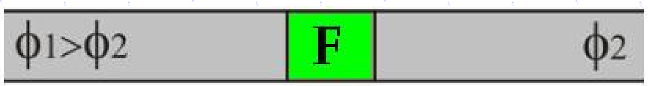
$\Delta B \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ (Гс) $B_{Земли} \sim 1$ (Гс)!

См. работы Barone, Paterno и Лихарева

В отсутствие внешнего магнитного поля разность фаз на переходе отсутствует!

0-контакт

Без внешнего магнитного поля протекание тока невозможно.



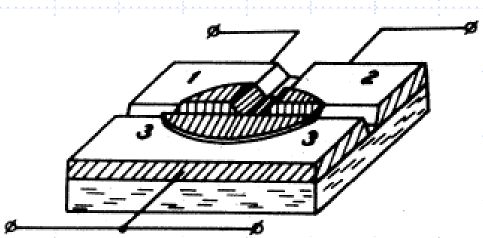
π-контакт!

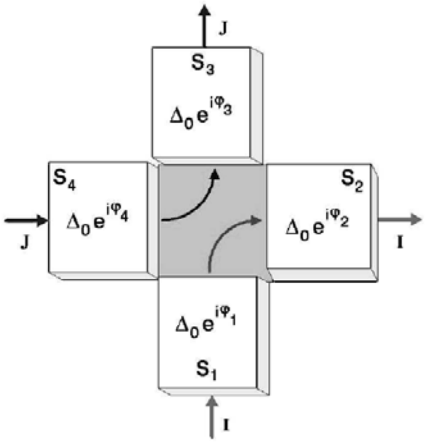
При замыкании в кольцо – возможен спонтанный (без внешнего магнитного поля) сверхпроводящий ток, поскольку разность фаз немного отлична от π в силу наличия в полной энергии не только джозефсоновской части, но и индуктивной.

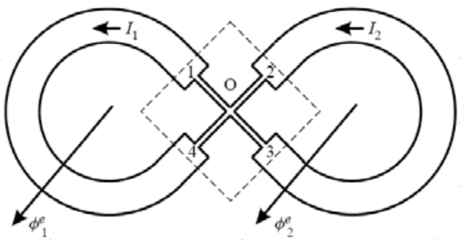
A.I. Buzdin, L.N. Bulaevskii, S.V. Panyukov, JETP Lett. 35 (1982) 178

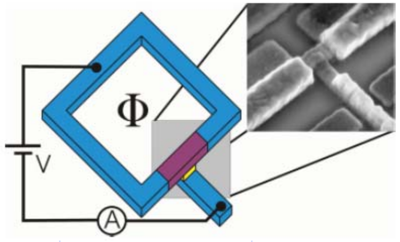
Многоконтакные джозефсоновские структуры

K. K. Likharev, Rev. Mod. Phys. **51**, 101 (1979).
R. B. Ouboter and A. N. Omelyanchouk, Physica B **205**, 153 (1995).
M. Zareyan and A. N. Omelyanchouk, Fizika Nizkikh Temperatur **25**, 240 (1998).
R. B. Ouboter and A. N. Omelyanchouk, Superlattices Microstruct. **24**, 1017 (1998).
R. B. Ouboter and A. N. Omelyanchouk, Superlattices Microstruct. **25**, 1005 (1999).
A. N. Omelyanchouk and M. Zareyan, Physica B **291**, 81 (2000).
M. H. S. Amin, A. N. Omelyanchouk, and A. M. Zagoskin, Fizika Nizkikh Temperatur **27**, 835 (2001).
M. H. S. Amin, A. N. Omelyanchouk, and A. M. Zagoskin, Physica C **372**, 178 (2001).
M. Meschke, J. T. Peltonen, J. P. Pekola, and F. Giazotto, Phys. Rev. B **84**, 214514 (2011).
F. Giazotto and F. Taddei, Phys. Rev. B **84**, 214502 (2011).
A. V. Galaktionov, A. D. Zaikin, and L. S. Kuzmin, Phys. Rev. B **85**, 224523 (2012).
A. V. Galaktionov and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **88**, 104513 (2013).



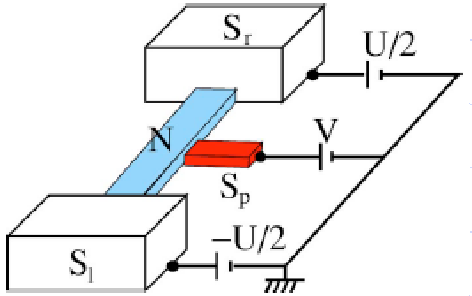






Многоконтакные джозефсоновские структуры (результаты ранних исследований)

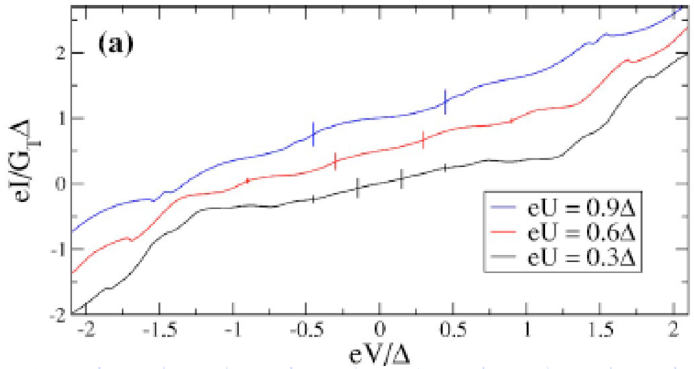
◆ Нетривиальные ток-фазовые соотношения



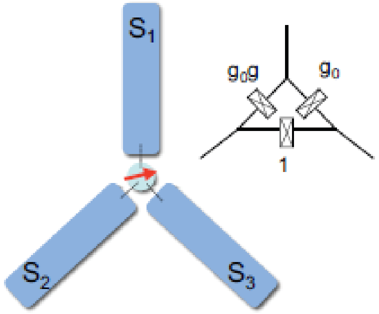
См. работы Омелянчука

◆ Индуцированные электрическим потенциалом ступени типа Шапиро

J.C. Cuevas, H. Pothier, Phys. Rev. B 75 (2007) 174513



◆ φ-контакт



D. Feinberg, C.A. Balseiro, Phys. Rev. B 90 (2014) 075432

◆ Создание кубитов

N.K. Langford, R.B. Dalton, M.D. Harvey, J.L. O'Brien, G.J. Pryde, A. Gilchrist, et al., Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 053601.

Многоконтакные джозефсоновские структуры (методы теоретических расчетов)

- Теория Гинзбурга-Ландау → In the vicinity of the critical temperature Θ_c

См. работы Лихарева и Омелянчука

$$\boxed{\Theta_c - \Theta \ll \Theta_c}$$

- Метод туннельного гамильтониана

$\mathcal{H} = \mathcal{H}_L + \mathcal{H}_R + \mathcal{H}_T$ → D. Feinberg, C.A. Balseiro, Phys. Rev. B 90 (2014) 075432

φ-контакт

- Модель Эйленбергера $\boxed{\ell_S \gg \xi}$

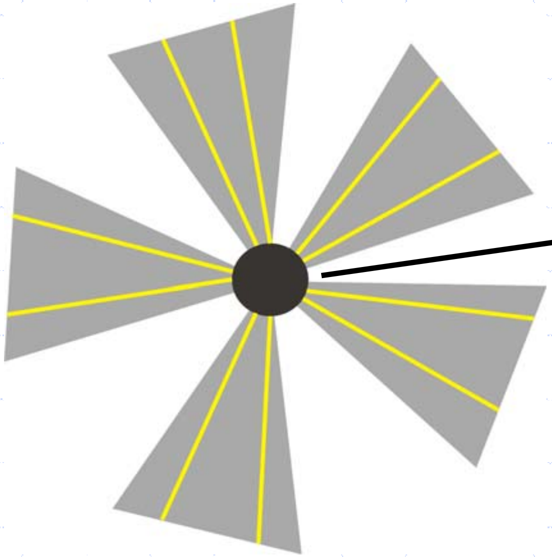
См. работы Омелянчука → нетривиальные ток-фазовые соотношения

- Модель Узаделя $\boxed{\ell_S \ll \xi}$ → См. работы Галактионова, Заикина, Cuevac, Pothier

Результаты оказываются сильно зависящими от конфигурации системы и далеко непросто обобщаются при изменении размеров и формы джозефсоновского узла!

Более того, сами выкладки очень сложны и громоздки с математической точки зрения!

Мотивация работы - альтернативный подход к изучению электронного транспорта



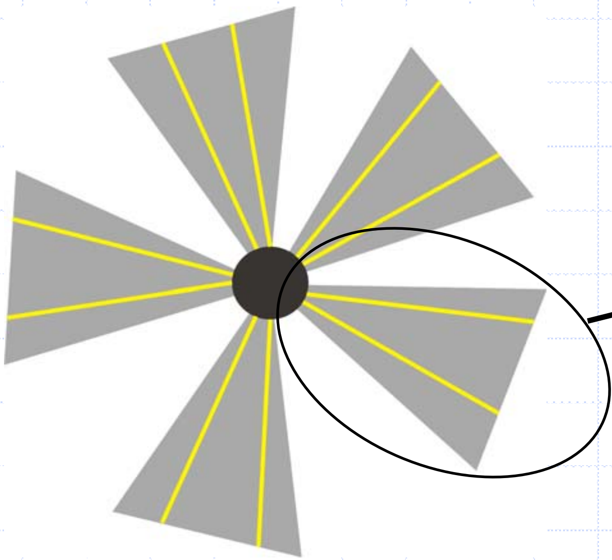
$$\widehat{S} = \begin{pmatrix} \widehat{S}_0(\varepsilon) & \widehat{0} \\ \widehat{0} & \widehat{S}_0^+(-\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad \widehat{S}_0 = \begin{pmatrix} R_1 & T_{12} & . & T_{1N} \\ T_{21} & R_2 & . & T_{2N} \\ . & . & . & . \\ T_{N1} & T_{N2} & . & R_N \end{pmatrix}$$

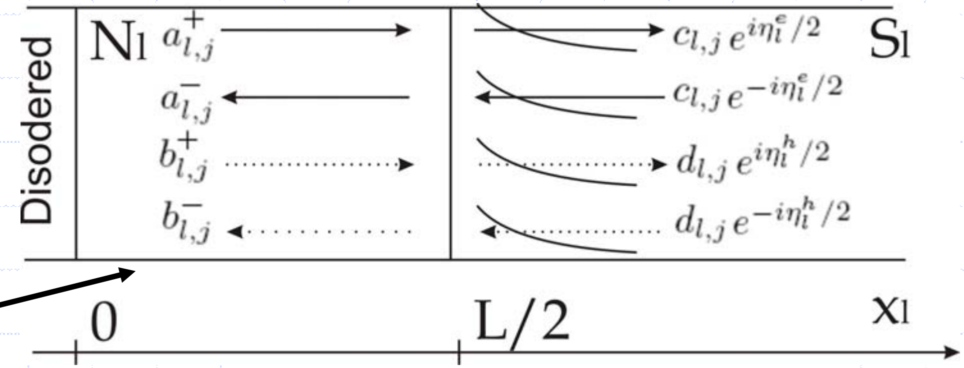
$$\boxed{\widehat{S}_0 \widehat{S}_0^+ = \widehat{1}}$$

Данный подход требует существенно меньших расчетов, нежели модели Эйленбергера и Узаделя, позволяя при этом сохранить информативность полученных результатов!

Постановка решаемой задачи

short-disordered-junction regime: $\ell \ll L \ll \xi$





n terminals

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} H & \Delta \\ \Delta^{*} & -H \end{pmatrix} \Psi = \varepsilon \Psi \\ H = \mathbf{p}^2/2m^{*} - E_F \end{cases}$$

$$\varepsilon_p \longrightarrow I_l\left(\varepsilon_p\right)$$

n=2 $\longrightarrow$ C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **67**, 3836 (1991).

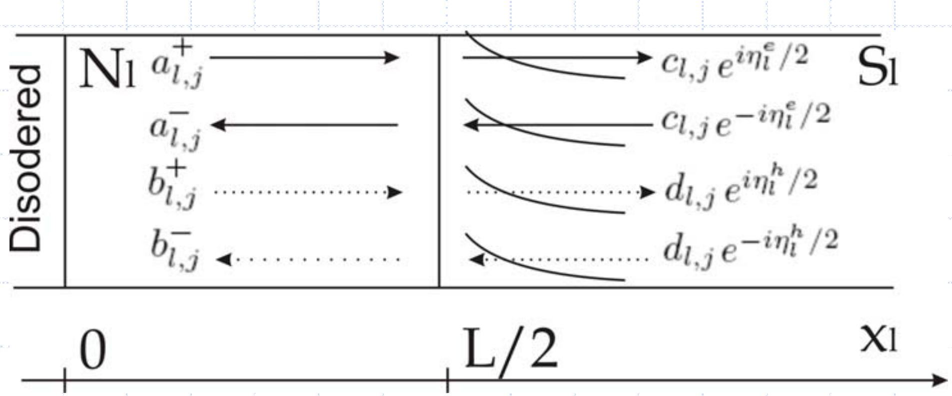
Волновые функции и их «сшивка»

In the l-th normal terminal N_l

$$\begin{cases} \Psi^{\pm}_{l,j,e}(\mathbf{r}_l) = a^{\pm}_{l,j} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Phi^{(N)}_{l,j}(\mathbf{r}^{\perp}_l) \exp\left[\pm i k^e_{l,j}\,(x_l - L/2)\right] \\ \Psi^{\pm}_{l,j,h}(\mathbf{r}_l) = b^{\pm}_{l,j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Phi^{(N)}_{l,j}(\mathbf{r}^{\perp}_l) \exp\left[\pm i k^h_{l,j}\,(x_l - L/2)\right] \end{cases}$$

n terminals

$$\boxed{k^{e,h}_{l,j} \sim k_F}$$



In the l-th superconducting terminal S_l

$$\begin{cases} \Psi_{l,j,e}(\mathbf{r}_l) = c_{l,j} \begin{pmatrix} e^{i\eta^e_l/2} \\ e^{-i\eta^e_l/2} \end{pmatrix} \Phi^{(S)}_{l,j}(\mathbf{r}^{\perp}_l) \exp\left[i q^e_{l,j}\,(x_l - L/2)\right] \\ \Psi_{l,j,h}(\mathbf{r}_l) = d_{l,j} \begin{pmatrix} e^{i\eta^h_l/2} \\ e^{-i\eta^h_l/2} \end{pmatrix} \Phi^{(S)}_{l,j}(\mathbf{r}^{\perp}_l) \exp\left[-i q^h_{l,j}\,(x_l - L/2)\right] \end{cases}$$

$$\boxed{q^{e,h}_{l,j} \sim k_F \pm i/\xi}$$

Результаты решения задачи рассеяния

$$\mathrm{Det}\left(\widehat{1}e^{2i\delta} - \widehat{M}\right) = 0$$

n terminals

$$\delta = \arccos\left(\varepsilon/\Delta_0\right)$$

$$\begin{cases} M_{s_1 s_1} = 1 + \sum\limits_{s_2=1}^{N} |T_{s_1 s_2}|^2 [\exp\left(i\varphi_{s_1 s_2}\right) - 1] \\ M_{s_1 s_2} = [\exp\left(i\varphi_{s_2 s_1}\right) - 1] T_{s_1 s_2} R_{s_2} + \sum\limits_{s_3=1}^{N} [\exp\left(i\varphi_{s_3 s_2}\right) - 1] T_{s_1 s_2} T_{s_1 s_3} \end{cases}$$

$$\sum_{p=1}^{m} \varepsilon_p^2 = \Delta_0^2 \left[m - \frac{1}{2} \sum_{s_1, s_2 = 1}^{N} |T_{s_1 s_2}|^2 \sin^2\left(\frac{\varphi_{s_1 s_2}}{2}\right) \right]$$

$$\begin{cases} m = N/2 \text{ for even number of single-mode channels} \\ m = (N-1)/2 \text{ for odd number of single-mode channels} \end{cases}$$

Сверхток в многоконтактном джозефсоновском узле

short-disordered-junction regime: $\ell \ll L \ll \xi$

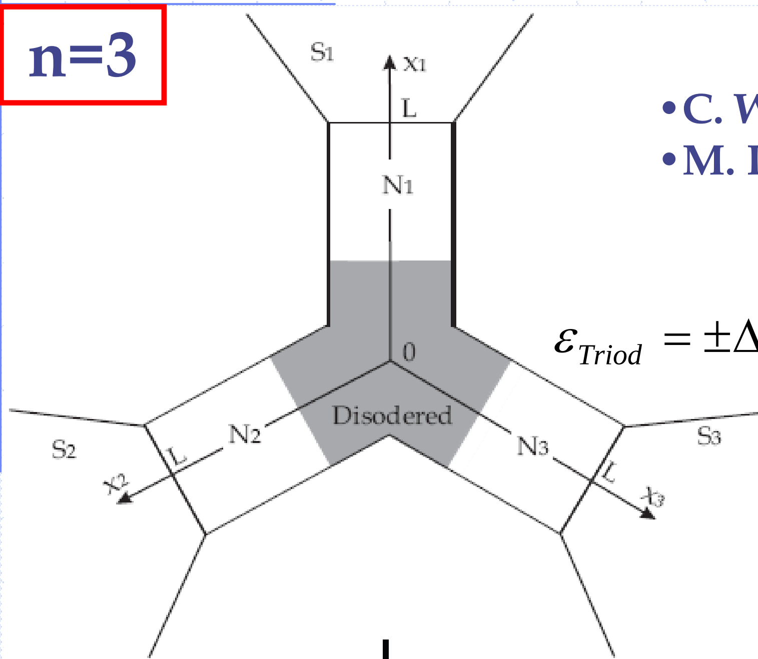
n terminals

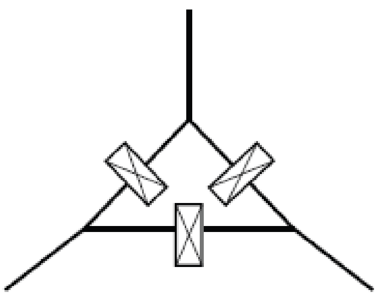
$$I_l = \frac{2e}{\hbar}\sum_{p=1}^{m}\sum_{k=1,\ k\neq l}^{n}\tanh(\varepsilon_p/2k_B\Theta)\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial\phi_{lk}}$$

n=2 $\longrightarrow$ $I_l = \frac{2e}{\hbar}\sum_{p=1}^{m}\tanh(\varepsilon_p/2k_B\Theta)\frac{\partial\varepsilon_p}{\partial\phi} \xrightarrow{\theta\sim\theta_c} \sin(\phi)$

Джозефсоновский триод

n=3





Одномодовый режим

- C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett., 112, 070604, 2014
- M. Popinciuc, et all., Phys. Rev. B, 85, 205404, 2012

Спектры

$$\varepsilon_{Triod} = \pm\Delta_0\sqrt{1-T\left[\sin^2(\phi_{12}/2)+\sin^2(\phi_{13}/2)+\sin^2(\phi_{23}/2)\right]}$$

$$\varepsilon_{Diod} = \pm\Delta_0\sqrt{1-T\sin^2(\phi_{12}/2)}$$

Токи

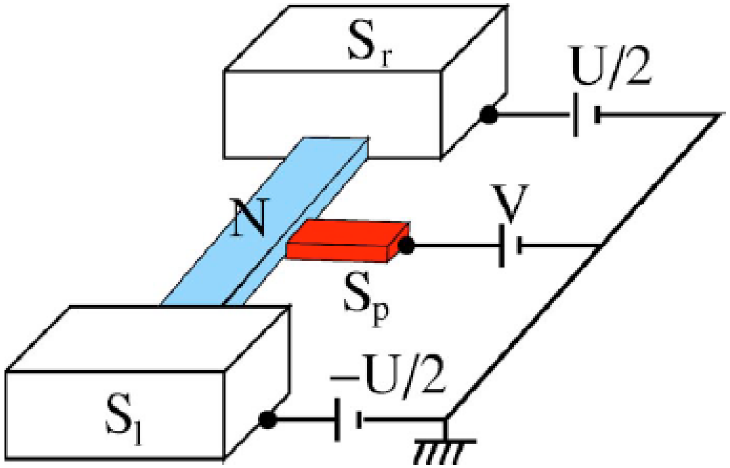
$$\theta \cong \theta_c$$

$$I_1 = \frac{e\Delta_0}{\hbar}\frac{\Delta_0 T}{4k_B\theta_c}\left[\sin(\phi_{21})+\sin(\phi_{31})\right]$$

Многомодовый режим $\longrightarrow$ $\sin(\phi_{21}),\sin(\phi_{31}),\sin(2\phi_{21}),\sin(2\phi_{31}),\sin(\phi_{21}+\phi_{31}),\sin(\phi_{21}+\phi_{23}),\sin(\phi_{31}-\phi_{23})$

Ступени типа Шапиро

J.C. Cuevas, H. Pothier, Phys. Rev. B 75 (2007) 174513

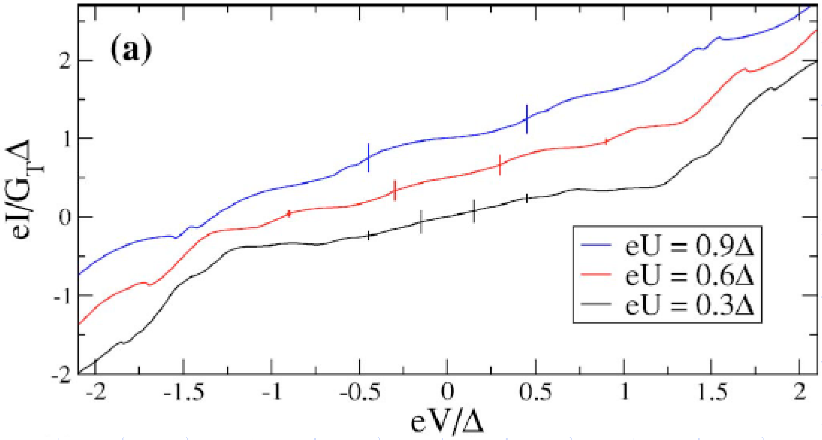


$$\frac{\hbar D}{\pi}\nabla\left(\check{\mathrm{G}}\circ\nabla\check{\mathrm{G}}\right)+\epsilon\hat{\tau}_3\check{\mathrm{G}}-\check{\mathrm{G}}\hat{\tau}_3\epsilon'=0,$$

$$\check{\mathrm{G}}=\begin{pmatrix}\hat{G}^R & \hat{G}^K\\ 0 & \hat{G}^A\end{pmatrix},\quad \hat{G}^R=\begin{pmatrix}\mathcal{G}^R & \mathcal{F}^R\\ \tilde{\mathcal{F}}^R & \tilde{\mathcal{G}}^R\end{pmatrix}.$$

$$\boxed{V=mU/2}$$

$$\sin(\phi_{21}),\sin(\phi_{31}),\sin(2\phi_{21}),\sin(2\phi_{31}),$$
$$\sin(\phi_{21}+\phi_{31}),\sin(\phi_{21}+\phi_{23}),\sin(\phi_{31}-\phi_{23})$$



Развитие многотерминальных систем сейчас (2015 год)

Multi-terminal Josephson junctions as topological materials

Roman-Pascal Riwar*, Manuel Houzet, Julia S. Meyer

Univ. Grenoble Alpes, INAC-SPSMS, F-38000 Grenoble, France,

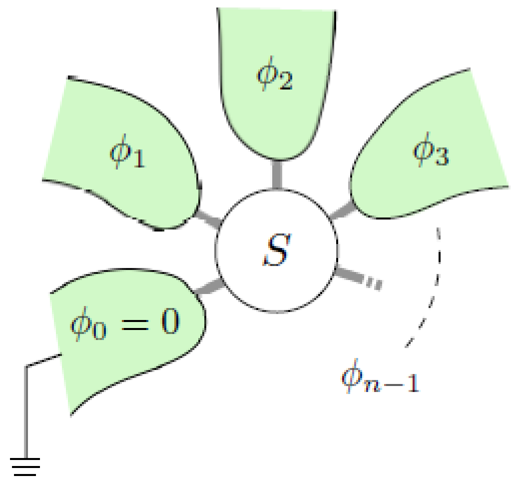
CEA, INAC-SPSMS, F-38000 Grenoble, France

Yuli V. Nazarov

Kavli Institute of NanoScience, Delft University of Technology,

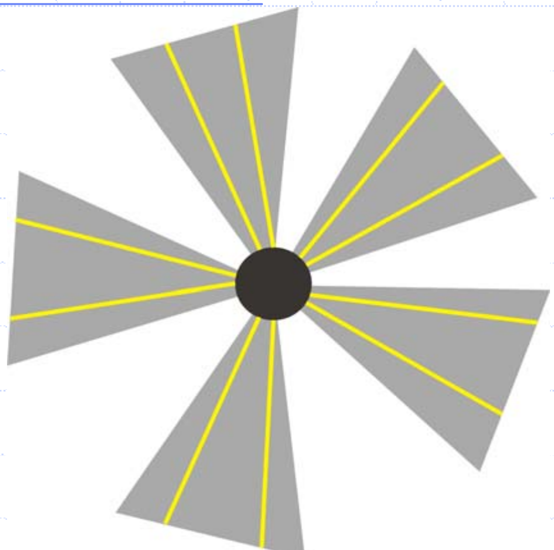
Lorentzweg 1, NL-2628 CJ, Delft, The Netherlands.

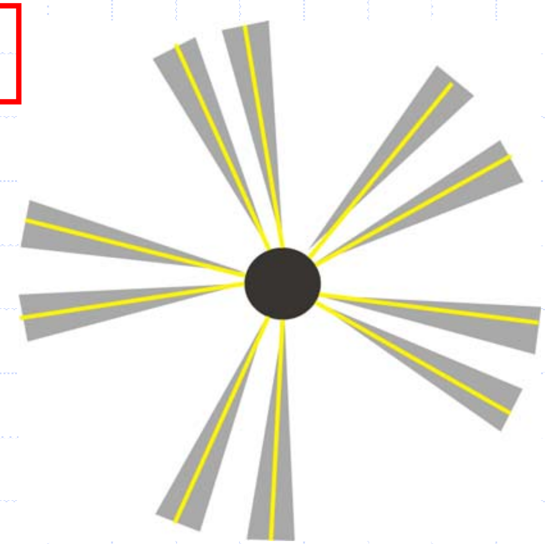
(Dated: March 25, 2015)



Задача рассеяния

n terminals





n weakly coupled superconducting banks

$N = n\nu$ weakly coupled superconducting single-mode channels

$$\varphi_s = \begin{cases} \phi_1 \ , & \text{if } s = 1, ..., \nu; \\ \phi_2 \ , & \text{if } s = \nu + 1, ..., 2\nu; \\ \cdot & \\ \phi_n \ , & \text{if } s = N - \nu, ..., N. \end{cases}$$

$$\boxed{\widehat{S} = \begin{pmatrix} \widehat{S}_0(\varepsilon) & \widehat{0} \\ \widehat{0} & \widehat{S}_0^+(-\varepsilon) \end{pmatrix} \ , \ \widehat{S}_0 = \begin{pmatrix} R_1 & T_{12} & . & T_{1N} \\ T_{21} & R_2 & . & T_{2N} \\ . & . & . & . \\ T_{N1} & T_{N2} & . & R_N \end{pmatrix}}$$

$$\boxed{\widehat{S}_0 \widehat{S}_0^+ = \widehat{1}}$$

Shapiro-like steps. Types.

$$\boxed{\begin{aligned} I_1 = {} & i_{213}\sin(\phi_{21}) + i_{312}\sin(\phi_{31}) - i_{21}\sin(2\phi_{21}) - i_{31}\sin(2\phi_{31}) \\ & -2i_{31}^{21}\sin(\phi_{21}+\phi_{31}) - i_{23}^{21}\sin(\phi_{21}+\phi_{23}) - i_{23}^{31}\sin(\phi_{31}-\phi_{23}) \ . \end{aligned}}$$

1 Integer dc steps

$$\begin{cases} V_{\kappa_1^{(k)}} = \dfrac{\hbar\kappa_1^{(k)}}{2e}\omega_r \mp \dfrac{U}{2} \\ \overline{I_1[\widetilde{\phi}_{k1}, \phi_{k1}^{(0)}]}_{\kappa_1^{(k)}} = \left| i_{k1q} J_{\kappa_1^{(k)}}(\widetilde{\phi}_{k1}) \sin[\phi_{k1}^{(0)}] - i_{k1} J_{2\kappa_1^{(k)}}(2\widetilde{\phi}_{k1}) \sin[2\phi_{k1}^{(0)}] \right| \end{cases}$$

2 Semi-integer dc steps

$$\begin{cases} V_{\kappa_2^{(k)}} = \dfrac{\hbar\kappa_2^{(k)}}{4e}\omega_r \mp \dfrac{U}{2} \\ \overline{I_1[\widetilde{\phi}_{k1}, \phi_{k1}^{(0)}]}_{\kappa_2^{(k)}} = \left| i_{k1} J_{2\kappa_2^{(k)}}(2\widetilde{\phi}_{k1}) \sin[2\phi_{k1}^{(0)}] \right| \end{cases}$$

Shapiro-like steps. Types.

$$I_1 = i_{213}\sin(\phi_{21}) + i_{312}\sin(\phi_{31}) - i_{21}\sin(2\phi_{21}) - i_{31}\sin(2\phi_{31})$$
$$-2i_{31}^{21}\sin(\phi_{21}+\phi_{31}) - i_{23}^{21}\sin(\phi_{21}+\phi_{23}) - i_{23}^{31}\sin(\phi_{31}-\phi_{23})\ .$$

3 **Shapiro-like steps at combination frequencies**

$$\begin{cases} V_{\kappa_3} = \dfrac{\hbar\kappa_3}{4e}\omega_r \\ \overline{I_1(\widetilde{\phi}_{21}+\widetilde{\phi}_{31}, \phi_{21}^{(0)}+\phi_{31}^{(0)})}_{\kappa_3} = 2i_{31}^{21}\left|J_{\kappa_3}(\widetilde{\phi}_{21}+\widetilde{\phi}_{31})\right|\sin[\phi_{21}^{(0)}+\phi_{31}^{(0)}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{\kappa_4^{(k)}} = \dfrac{\hbar\kappa_4^{(k)}}{2e}\omega_r \mp \dfrac{3U}{2} \\ \overline{I_1(\widetilde{\phi}_{k1}\pm\widetilde{\phi}_{23}, \phi_{k1}^{(0)}\pm\phi_{23}^{(0)})}_{\kappa_4^{(k)}} = i_{23}^{k1}\left|J_{\kappa_4^{(k)}}(\widetilde{\phi}_{k1}\pm\widetilde{\phi}_{23})\right|\sin(\phi_{k1}^{(0)}\pm\phi_{23}^{(0)}) \end{cases}$$