

# Влияние дефектов на электронную структуру вихрей в киральных сверхпроводниках

**В. Л. Вадимов**    А. С. Мельников

ИФМ РАН

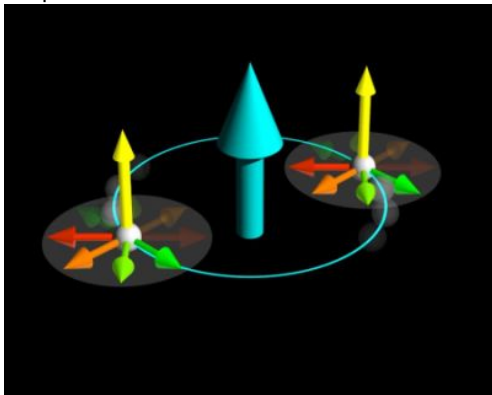
13 сентября 2015 г.

# Содержание

- ▶ Сверхпроводящее состояние в  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  — киральном сверхпроводнике  $p$ -типа (?)
- ▶ Спектр квазичастиц в вихре, запиннигованном на кolumnарном дефекте
- ▶ Локальная плотность состояний
- ▶ Высокочастотная проводимость
- ▶ Энергия пиннинга

## Сверхпроводящее состояние в $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$

Основное состояние дважды вырождено в силу нарушенной симметрии обращения времени.



Схематичное изображение куперовской пары в  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ . Пара имеет собственный орбитальный момент, равный 1, направление которого фиксировано анизотропией кристалла.

# Сверхпроводящее состояние в $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$

Щель в  $k$ -пространстве принадлежит двумерному представлению  $E_u$  группы  $D_{4h}$  — группы симметрии кристалла  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ .

Возможные состояния —  $|l_z = \pm 1, s_z = 0\rangle$ ,  $z$  — ось анизотропии кристалла.

Экспериментальные подтверждения:

- ▶ Спонтанные магнитные поля<sup>1</sup>
- ▶ Эффект Керра<sup>2</sup>

Расхождения с теорией:

- ▶ Отсутствие поверхностных токов<sup>3</sup>

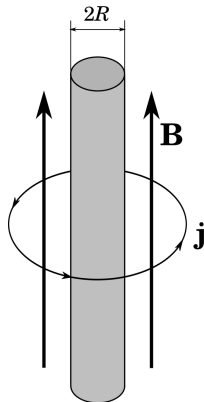
---

<sup>1</sup>A. P. Mackenzie and Y. Maeno, Rev. Mod. Phys **75**, 657 (2003)

<sup>2</sup>J. Xia, Y. Maeno, P. T. Beyersdorf, M. M. Fejer and A. Kapitulnik, Phys. Rev. Lett **97**, 167002 (2006)

<sup>3</sup>J. R. Kirtley, C. Kallin, C. W. Hicks, E.-A. Kim, Y. Lie, K. A. Moler, Y. Maeno and K. D. Nelson, Phys. Rev. B **76**, 014526

# Запиннигованный вихрь



Вихрь, запиннигованный на колумнарном дефекте.

## Уравнения Боголюбова-де Жена

Для простоты рассмотрим чисто двумерный случай:

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla_{\perp}^2 + k_F^2) u + \hat{\Delta} v = \epsilon u \\ \frac{\hbar^2}{2m} (\nabla_{\perp}^2 + k_F^2) v + \hat{\Delta}^{\dagger} u = \epsilon v \end{cases}$$

$$u(R, \theta) = v(R, \theta) = 0$$

$\hbar k_F$  — импульс Ферми  
 $\hat{\Delta}$  — оператор щели

# Вихри в $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$

## Параметры порядка

Щель анизотропна на поверхности Ферми:

$$\hat{\Delta} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \approx \Delta_0 [\eta_+(\mathbf{r}) e^{i\theta_k} + \eta_-(\mathbf{r}) e^{-i\theta_k}] e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

где  $\mathbf{k} = k(\cos \theta_k, \sin \theta_k)$ ,  $k \approx k_F$ ,  $\eta_{\pm}(\mathbf{r})$  — параметры порядка.

Основные состояния —  $(\eta_+, \eta_-) = (1, 0)$  и  $(\eta_+, \eta_-) = (0, 1)$  — киральные домены.

В однородном киральном домене набег фазы при обходе вокруг поверхности Ферми равен  $\pm 2\pi$ .

# Вихри в $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$

## Параметры порядка

Щель анизотропна на поверхности Ферми:

$$\widehat{\Delta} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \approx \Delta_0 [\eta_+(\mathbf{r}) e^{i\theta_k} + \eta_-(\mathbf{r}) e^{-i\theta_k}] e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} .$$

В аксиально-симметричных вихрях<sup>4</sup>:

$$\eta_{\pm}(\mathbf{r}) = f_{\pm}(r) e^{im_{\pm}\theta}, \quad m_{\pm} = m \mp 1$$

Поток определяется завихренностью доминирующей компоненты.

## Одноквантовые вихри

	$\eta_+$ домен	$\eta_-$ домен
$\mathbf{H} \uparrow\uparrow \hat{\mathbf{z}}$	$m_+ = 1, m_- = 3$	$m_- = 1, m_+ = -1$
$\mathbf{H} \uparrow\downarrow \hat{\mathbf{z}}$	$m_+ = -1, m_- = 1$	$m_- = -1, m_+ = -3$

Два типа вихрей:  $N_+$  вихрь ( $m = \pm 2$ ),  $N_-$  вихрь ( $m = 0$ ).

<sup>4</sup>Y. S. Barash and A. S. Mel'nikov, JETP **100**, 307 (1991)

## Квазиклассический подход

$$-i\xi\hat{\tau}_3 \frac{\partial\psi}{\partial s} + [\hat{\tau}_1 \operatorname{Re} D(s) - \hat{\tau}_2 \operatorname{Im} D(s)]\psi = \varepsilon\psi,$$

$\xi = \hbar v_F / \Delta_0$ ,  $s$  — координата вдоль траектории,  $D(s)$  — профиль щели,  $\psi(s)$  — квазиклассическая волновая функция,  $\varepsilon = \epsilon / \Delta_0$ .

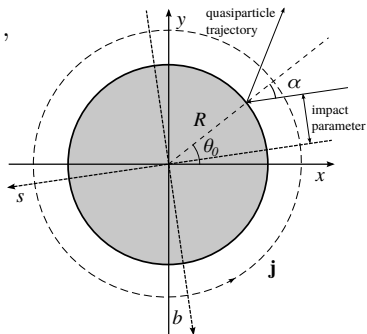
Условие применимости  $k_F \xi \gg 1$ .

### Квантовые числа

Сохраняется орбитальный момент квазичастицы  $\mu$ .

### Разница фаз на концах траектории

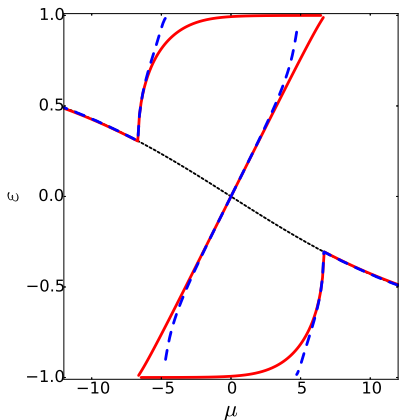
$$\delta\varphi = m(\theta_0 + \alpha) - m(\theta_0 - \alpha) = 2m\alpha$$



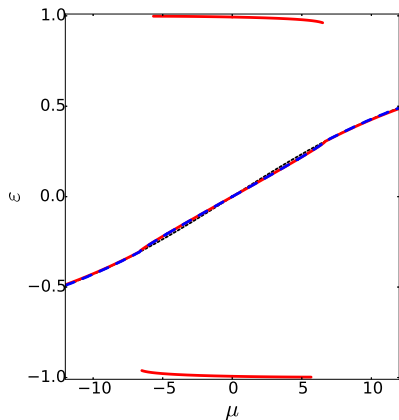
Классическая траектория квазичастицы. Прицельный параметр траектории  $b = -\mu/k_F$



# Спектр квазичастиц



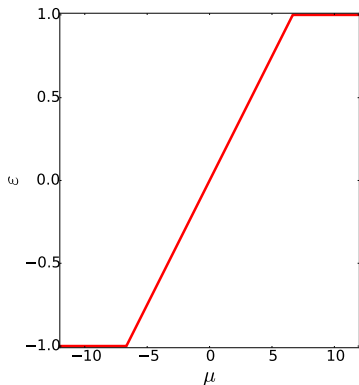
$N_+$  вихрь



$N_-$  вихрь

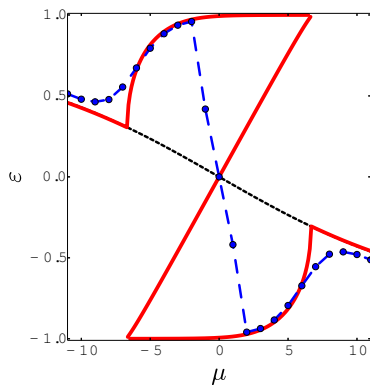
Спектр квазичастиц. Синий пунктир — приближенное аналитическое решение, красные сплошные линии — численный счет, черный пунктир — спектр свободного вихря.

## Спектр квазичастиц



Поверхностные состояния на дефекте без вихря

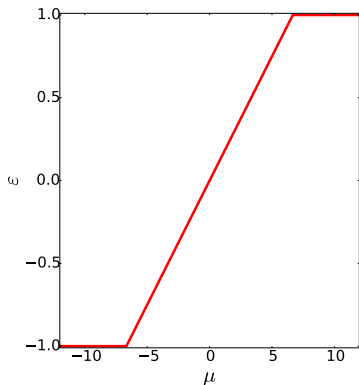
В спектре  $N_+$  вихря аномальная ветка соответствует поверхностным состояниям.



Сравнение с опубликованным ранее результатом<sup>5</sup>

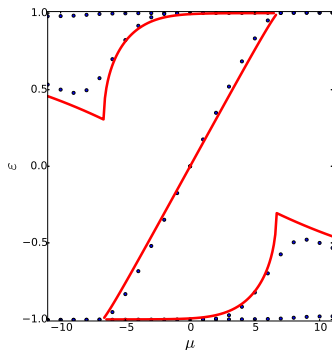
<sup>5</sup>B. Rosenstein, I. Shapiro, and B. Y. Shapiro, Journal of Physics: Condensed Matter 25, 075701 (2013)

# Спектр квазичастиц



Поверхностные состояния на дефекте без вихря

В спектре  $N_+$  вихря аномальная ветка соответствует поверхностным состояниям.



Сравнение с неопубликованным результатом авторов работы [5]

<sup>5</sup>B. Rosenstein, I. Shapiro, and B. Y. Shapiro, Journal of Physics: Condensed Matter 25, 075701 (2013)

# Сканирующая туннельная микроскопия

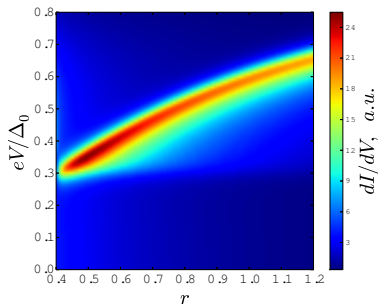
## Локальная плотность состояний

$$N(\mathbf{r}, \epsilon) = \int k_F |u_b(\mathbf{r})|^2 \delta(\epsilon - \epsilon_b) db$$

$$|u_b(r)|^2 = \frac{\exp\left[-2K_b\left(\sqrt{r^2 - b^2}\right)\right]}{2\pi I_b \sqrt{r^2 - b^2}}$$

## Дифференциальный кондактанс

$$\frac{dI/dV}{(dI/dV)_N} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N(\mathbf{r}, \epsilon)}{N_0} \frac{\partial f(\epsilon - eV)}{\partial V} d\epsilon$$



Дифференциальный кондактанс,  
 $N_+$  вихрь,  $R = 0.4\xi$ ,  $T = 0.02\Delta_0$

# Сканирующая туннельная микроскопия

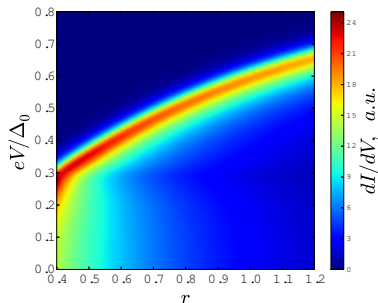
## Локальная плотность состояний

$$N(\mathbf{r}, \epsilon) = \int k_F |u_b(\mathbf{r})|^2 \delta(\epsilon - \epsilon_b) db$$

$$|u_b(r)|^2 = \frac{\exp[-2K_b(\sqrt{r^2 - b^2})]}{2\pi I_b \sqrt{r^2 - b^2}}$$

## Дифференциальный кондактанс

$$\frac{dI/dV}{(dI/dV)_N} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N(\mathbf{r}, \epsilon)}{N_0} \frac{\partial f(\epsilon - eV)}{\partial V} d\epsilon$$



Дифференциальный кондактанс,  
 $N_-$  вихрь,  $R = 0.4\xi$ ,  $T = 0.02\Delta_0$

# Высокочастотная проводимость

## Полуклассический гамильтониан

Внешнее электромагнитное поле:  $\mathbf{A}_{\pm} = \text{Re } A_{\pm}(\mathbf{x}_0 \pm i\mathbf{y}_0)e^{-i\Omega t}$ .

$$H(\mu, \theta) = \epsilon(\mu) + \hbar \mathbf{k}_F \mathbf{v}_s ,$$

$$H(\mu, \theta) = \epsilon(\mu) - \frac{2\hbar e}{mc} k_F \text{Re} (A_{\pm} e^{\pm i\theta - i\Omega t}) .$$

## Уравнение Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{\hbar} \left( \frac{\partial H}{\partial \mu} \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) = -\nu (f - f_0) .$$

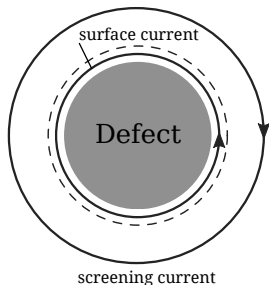
## Омическая и Холловская проводимости

$$\sigma_O \propto \frac{\nu + i\Omega}{(\nu + i\Omega)^2 + \omega_0^2}, \quad \sigma_H \propto \frac{\omega_0}{(\nu + i\Omega)^2 + \omega_0^2},$$

где  $\hbar\omega_0 = \partial\epsilon/\partial\mu|_{\mu=0}$ . Знак и величина  $\sigma_H$  определяются  $\omega_0$ .

# Поверхностные токи

## Дефект в киральном домене



Из-за наличия поверхностных мод, вдоль дефекта течет поверхностный ток, экранируемый в толще сверхпроводника. Поверхностный ток и ток экранировки взаимодействует с вихрем электромагнитным образом. Поверхностные токи можно описать с помощью эффективной намагниченности<sup>6</sup>  $\mathbf{M}_0 = \Phi_0 / (16\pi^2 \lambda^2) \mathbf{z}_0$ .

<sup>6</sup>Michal Stone and Roy Rahul, Phys. Rev. B. **69**, 184511 (2004).

# Энергия пиннинга

Плотность свободной энергии<sup>7</sup>

$$\mathcal{F} = \frac{1}{8\pi L} \int_{r>R} \left[ (\text{rot } \mathbf{A})^2 - 8\pi \mathbf{M}_0 \text{rot } \mathbf{A} + \frac{1}{\lambda^2} \left( A - \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \Theta \right)^2 \right] d^3 r + \frac{1}{8\pi L} \int_{r<R} (\text{rot } \mathbf{A})^2 d^3 r ,$$

где  $\mathbf{A}$  — векторный потенциал магнитного поля,  $\Theta$  — фаза доминирующего параметра порядка,  $\lambda$  — глубина проникновения магнитного поля,  $\Phi_0$  — квант потока.

---

<sup>7</sup>L. N. Bulaevskii, A. I. Buzdin, M. L. Kuclic and S. V. Panjukov, Adv. Phys. **34**, 176 (1985)



# Энергия пиннинга

## Дефект

$$\mathbf{B}_d = \begin{cases} -4\pi\mathbf{M}_0, & r < R \\ \frac{2\pi\mathbf{M}_0R^2}{\lambda^2}K_0(r/\lambda), & r > R \end{cases}$$
$$\mathcal{F}_d = -2\pi^2 M_0^2$$

## $N_{\pm}$ вихрь

$$\mathbf{B}_{\pm} = \begin{cases} -4\pi\mathbf{M}_0 \pm \frac{\Phi_0\mathbf{z}_0}{2\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{R}, & r < R \\ \left[ \frac{2\pi\mathbf{M}_0R^2}{\lambda^2} \pm \frac{\Phi_0\mathbf{z}_0}{2\pi\lambda^2} \right] K_0(r/\lambda), & r > R \end{cases}$$
$$\mathcal{F}_{\pm} = -2\pi^2 M_0^2 + \frac{\Phi_0^2}{16\pi^2\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{R} \mp \frac{\mathbf{z}_0\mathbf{M}_0\Phi_0}{R^2/(2\lambda^2) \ln(R/\lambda) + 1}$$

Формулы справедливы в пределе  $\xi \ll R \ll \lambda$ .

## Энергия пиннинга. Критические поля

Выражение для энергии пиннинга:

$$\mathcal{F}_{\pm}^{(p)} = \mathcal{F}_{\pm} - \mathcal{F}_d - \mathcal{F}_{\pm}^{(f)},$$

где  $\mathcal{F}_{\pm}^{(f)} = \Phi_0^2 / (4\pi^2 \lambda^2) (\ln \lambda / \xi + C_{\pm}) \mp \Phi_0 \mathbf{M}_0 \mathbf{z}_0$  — энергия свободного вихря.

$$\mathcal{F}_{\pm}^{(p)} = -\frac{\Phi_0^2}{16\pi^2 \lambda^2} \left( \ln \frac{R}{\xi} + C_{\pm} \mp \frac{R^2}{2\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{R} \right) < 0$$

Добавка к энергии пиннинга, связанная со взаимодействием вихря с эффективной намагниченностью, имеет разный знак в зависимости от ориентации вихря.

# Выводы

- ▶ Найден спектр квазичастиц в запиннигованном вихре.
- ▶ Показано качественное отличие между спектрами  $N_+$  и  $N_-$  вихрями.
- ▶ Найденны плотность состояний и высокочастотная проводимость. Получено выражение для энергии пиннинга.
- ▶ Предложены дополнительные тесты на тип спаривания в  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ .

Спасибо за внимание!